

## PEMODELAN KURVA PRODUKSI MINYAK BUMI MENGGUNAKAN MODEL GENERALISASI-S-TAR<sup>1</sup>

Budi Nurani R.<sup>2</sup>

### Abstrak

Mengingat minyak bumi merupakan komoditas tidak terbarukan, maka konsumen perlu melakukan penghematan dalam menggunakannya. Fenomena produksi minyak bumi di lapisan vulkanik Lapangan Jatibarang mempunyai karakteristik yang khas, karena adanya dual porositas dari batuan matriks dan rekahan. Dalam menggambarkan kurva produksi minyak bumi dapat digunakan metode decline yang bersifat deterministik. Dalam paper ini disajikan pendekatan model stokastik untuk pemodelan kurva produksi minyak bumi menggunakan model Generalisasi Space-Time Autoregresi (GS-TAR) yang merupakan perluasan dari model Space-Time Autoregresi (S-TAR). Dalam model GS-TAR, parameter autoregresi dan parameter space-time diasumsikan berbeda untuk setiap lokasi.

Dalam kajian ini, pembahasan dibatasi pada model GS-TAR orde 1 baik dalam space maupun time, dinotasikan GS-TAR(1;1) menggunakan bobot seragam. Sebagai studi kasus dipilih data produksi dari 3 sumur minyak bumi lapisan vulkanik Lapangan Jatibarang.

Kata kunci: autoregresi, STAR, GSTAR, matriks bobot seragam

### I. PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari sering digunakan data space-time yang merupakan gabungan data spasial dan data model time series, misalnya dalam bidang ekologi, pertanian, ekonomi, geologi, dan bidang aplikasi lainnya. Model GSTAR merupakan perluasan model STAR dari Pfeifer (1979). Model STAR merupakan model time series autoregresi dari Box-Jenkins yang dikembangkan di beberapa lokasi secara simultan dan mempunyai karakteristik adanya ketergantungan lokasi dan waktu.

Dari segi aplikasi, model STAR dari Pfeifer lebih sesuai untuk lokasi-lokasi dengan karakteristik serba sama, karena model tersebut mengasumsikan parameter autoregresi dan parameter space-time bernilai sama untuk semua lokasi. Dalam praktek lebih sering ditemukan fenomena lokasi dengan sifat heterogen. Oleh karena itu, model GSTAR diusulkan sebagai perluasan model STAR dengan asumsi parameter-parameter model berubah untuk setiap lokasi.

<sup>1</sup> Disampaikan pada Seminar Nasional Statistika, 28 September 2002 di IPB

<sup>2</sup> Dosen pada Jurusan Matematika FMIPA UNPAD

## II. MODEL Generalisasi S-TAR(1;1)

Model GS-TAR(1;1) dinyatakan sebagai:

(1)

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{(Nx1)}(t) &= \Phi_{10(NxN)} \mathbf{z}_{(Nx1)}(t-1) + \Phi_{11(NxN)} \mathbf{W}^{(1)}_{(NxN)} \mathbf{z}_{(Nx1)}(t-1) + \mathbf{e}_{(Nx1)}(t) \\ &= \text{diag}(\phi_{10}^{(1)}, \dots, \phi_{10}^{(N)}) \mathbf{z}(t-1) + \text{diag}(\phi_{11}^{(1)}, \dots, \phi_{11}^{(N)}) \mathbf{W}^{(1)} \mathbf{z}(t-1) + \mathbf{e}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

dengan:

$\text{diag}(\phi_{10}^{(1)}, \dots, \phi_{10}^{(N)})$  : matriks diagonal parameter autoregresi lag time 1

$\text{diag}(\phi_{11}^{(1)}, \dots, \phi_{11}^{(N)})$  : matriks diagonal parameter space-time lag spasial 1 dan lag time 1

$\mathbf{e}(t) \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$

Untuk  $i=1,2,\dots,N$  setiap waktu  $t$ , persamaan (1) dapat dituliskan sebagai:

$$\begin{pmatrix} z_1(t) \\ \vdots \\ z_N(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{10}^{(1)} & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & \phi_{10}^{(N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t-1) \\ \vdots \\ z_N(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_{11}^{(1)} & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & \phi_{11}^{(N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{11}^{(1)} & \dots & w_{1N}^{(1)} \\ \vdots & & \vdots \\ w_{N1}^{(1)} & \dots & w_{NN}^{(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t-1) \\ \vdots \\ z_N(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1(t) \\ \vdots \\ e_N(t) \end{pmatrix}$$

Dengan menggunakan operator backshift  $B^j z(t) = z(t-j)$ , maka model GS-TAR(1;1), ditulis dalam VAR(1), dapat dinyatakan:

$$(\mathbf{I} - \Phi B) \mathbf{z}(t) = \mathbf{e}(t) \quad (3)$$

Untuk penaksiran parameter model GS-TAR(1;1) dapat digunakan metode kuadrat terkecil (least squares). Untuk GS-TAR(1;1),  $\hat{\phi}$  berupa vektor ukuran  $[2N \times 1]$ . Taksiran kuadrat terkecil GS-TAR(1;1) tersebut dinyatakan dengan:

$$\hat{\phi} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{z} \quad (4)$$

## III. MATRIKS BOBOT SERAGAM

Untuk model space-time, umumnya digunakan bobt seragam, karena bersifat sederhana dan mudah untuk ditentukan. Matriks bobot seragam berisi bobot -bobot antara 2 lokasi yang ditentukan berdasarkan metode koding dari Besag (1974). Untuk lag spasial 1, bobot antara 2 lokasi  $i$  dan  $j$  dinyatakan:

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{n_i^{(1)}} & , i \text{ dan } j \text{ berada dalam lag spasial 1} \\ 0 & , \text{lainnya} \end{cases} \quad (5)$$

dengan  $n_i^{(1)}$  menyatakan banyaknya tetangga terdekat di sekitar lokasi  $i$  pada spasial lag 1. Bobot pada model space-time di atas mempunyai sifat sebagai berikut:

$$w_{ij} > 0, w_{ii} = 0, \sum_{j=1}^N w_{ij} = 1 \quad \forall i, \text{ dan } \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_{ij} = N \quad (6)$$

Dalam praktek, bobot seragam mengelompokkan lokasi berdasarkan jarak. Kriteria pengelompokkan dapat digunakan grid dalam lattice atau berupa radius lingkaran.

#### IV. PENERAPAN GS-TAR(1;1) PADA DATA PRODUKSI MINYAK BUMI

Sebagai studi kasus dipilih data produksi minyak bumi di 3 sumur lapisan volknaik Lapangan Jatibarang, yaitu JTB68, JTB72, dan JTB120. Untuk penerapan model GS-TAR(1;1) digunakan data rata-rata produksi bulanan dalam satuan  $m^3/hari$  selama 60 bulan. Bobot seragam ditentukan berdasarkan peta struktur sumur di lapisan volkanik. Koordinat bawah permukaan dan jarak antara 2 sumur dinyatakan dalam Tabel IV.1 dan Tabel IV.2 berikut ini.

Tabel IV.1 Koordinat Bawah Permukaan 3 Sumur di Lapisan V

No. Sumur	x(m)	y(m)
JTB68	14357.27	24.33
JTB72	14055.55	351.38
JTB120	14592.43	424.60

Tabel IV.2 Jarak Antara 2 Sumur Pengamatan (m)

	JTB68	JTB72	JTB120
JTB68	0		
JTB72	445	0	
JTB120	464	542	0

Matriks bobot seragam untuk ketiga sumur berdasarkan persamaan (5) dinyatakan:

$$W_u^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Berdasarkan proses identifikasi melalui fungsi autokorelasi (ACF) dan fungsi parsial autokorelasi (PACF), diperoleh hasil bahwa data produksi di ketiga sumur dapat dimodelkan dengan model time series autoregresi orde 1, AR(1) dengan taksiran parameter masing-masing sumur: 0.704, 0.646, dan 0.789.

Taksiran kuadrat terkecil GS-TAR(1;1) dengan matriks bobot seragam disajikan pada Tabel IV.3 berikut:

Tabel IV.3 Taksiran Kuadrat Terkecil GS-TAR(1;1)

Sumur	$\hat{\phi}_{10}^{(i)}$	$\hat{\phi}_{11}^{(i)}$	JKG setiap sumur	JKG Total	MAPE setiap sumur	MAPE Total
JTB68b	0.618 (0.108)	0.309 (0.113)	$6,335 \times 10^6$	21,363 $\times 10^6$	1,045 %	3,225 %
JTB72b	0.641 (0.093)	0.216 (0.099)	$9,529 \times 10^6$		1,500 %	

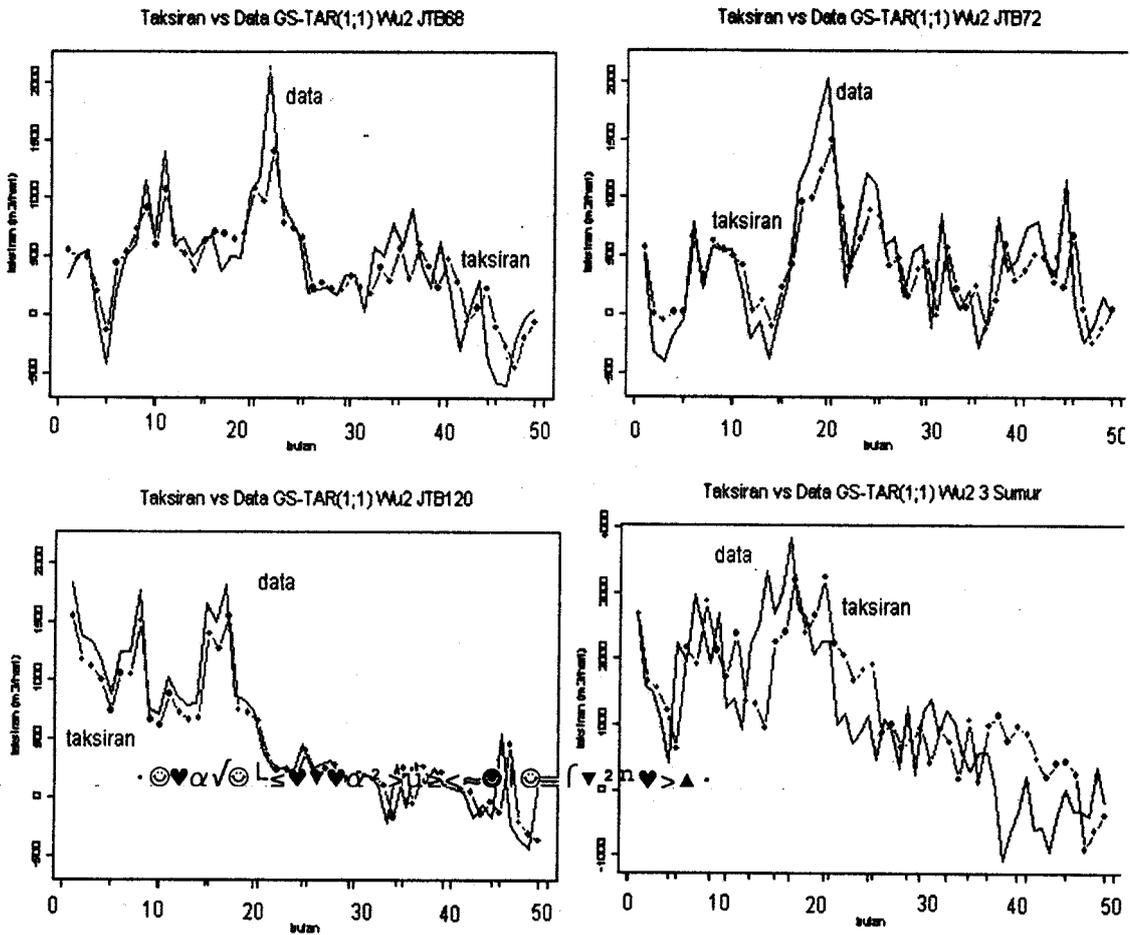
Dengan memperhatikan Jumlah Kuadrat Galat (JKG) dan rata-rata prosentase galat mutlak (MAPE) sebesar 3,225 %, maka nilai tersebut cukup baik jika dibandingkan dengan MAPE model regresi yang umumnya bernilai 8,64 %. Taksiran parameter autoregresi menyatakan kontribusi produksi 1 bulan sebelumnya yang berbeda untuk setiap sumur. Hal ini sesuai dengan fenomena di lapisan vulkanik, yaitu walaupun 2 sumur berada dalam jarak yang cukup dekat, namun karakteristik sumur dapat berbeda. Sedangkan parameter space-time menggambarkan interaksi antar 2 sumur yang berdekatan. Dengan bobot seragam, interaksi antara 2 sumur menjadi sama satu sama lain. Hal ini ditunjukkan dalam Tabel VI.4 sebagai berikut.

Tabel IV.4 Interaksi Sumur Model GS-TAR(1;1) dengan Bobot Seragam (%)

Sumur	JTB68b	JTB72b	JTB120b
JTB68b	61,80	15,40	15,40
JTB72b	10,80	64,10	10,80
JTB120b	1,10	1,10	84,20

Pemeriksaan diagnostik GS-TAR(1;1) dengan bobot seragam memberikan model kurva produksi. Pemeriksaan diagnostik menunjukkan bahwa model GS-TAR(1;1) dapat mengikuti pola data aktual. Untuk ketiga sumur diperoleh kurva produksi seperti disajikan pada Gambar IV.1

Gambar IV.1 Pemodelan Kurva Produksi dengan GS-TAR(1;1) Bobot Seragam



Untuk prakiraan produksi minyak bumi di suatu sumur tertentu dengan memasukkan pengaruh sumur-sumur lain disekitarnya menggunakan model GS-TAR(1;1) dengan matriks bobot seragam dapat digunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{pmatrix} \hat{z}_1(t) \\ \hat{z}_2(t) \\ \hat{z}_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.618 & 0 & 0 \\ 0 & 0.641 & 0 \\ 0 & 0 & 0.842 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t-1) \\ z_2(t-1) \\ z_3(t-1) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.309 & 0 & 0 \\ 0 & 0.216 & 0 \\ 0 & 0 & 0.022 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & .5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1(t-1) \\ z_2(t-1) \\ z_3(t-1) \end{pmatrix} \quad (8)$$

Untuk memperoleh prakiraan produksi waktu  $t+2$ ,  $t+3$ , dan seterusnya, digunakan model GS-TAR(1;1) yang diupdate untuk setiap waktu.

## V. KESIMPULAN DAN SARAN

Model GS-TAR(1;1) dapat digunakan untuk pemodelan kurva produksi minyak bumi di lapisan vulkanik yang memiliki karakteristik heterogen. Dengan model GS-TAR diasumsikan setiap lokasi memiliki parameter yang berbeda satu sama lain. Penerapan model GS-TAR di lapangan memerlukan data pendukung sesuai bidang yang diamati.

Berdasarkan hasil di atas, penggunaan bobot seragam untuk fenomena sumur di lapisan vulkanik kurang sesuai. Hal ini memerlukan kajian matriks bobot dengan memasukkan karakteristik lokasi, misalnya melalui korelasi spasial.

## VI. UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Prof. R. K. Sembiring, Dr. Sutawanir Darwis, dan Dr. Udjianna S. Pasaribu dari Departemen Matematika ITB serta Ir. Pudjo Trirahardjo dari Pertamina DOH Jawa Bagian Barat yang telah memberikan saran untuk penulisan paper ini.

## VII. DAFTAR PUSTAKA

1. Besag, J.S. 1974. Spasial interaction and the statistical analysis of lattice system. *Journal of the Royal Statistical Society.*, B, 36, p. 197-242.
2. Box, G.E.P and Jenkins, G.M. 1976. *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. San Fransisco : Holden-Day, Inc.
3. Pfeifer, P.E., (1979), *Spatial Dynamic Modeling*, unpublished Ph.D Dissertation, Georgia Institute of Technology, Georgia.
4. Ruchjana, B.N. (2002b), Model S-TAR(1;1) dan Model GS-TAR(1;1) dengan Matriks Bobot Seragam, *Jurnal Matematika dan Pembelajarannya*, Edisi Khusus Prosiding Konferensi Nasional Matematika XI Bagian II , Tahun VIII, , Universitas Negeri Malang, Malang, 22-25 Juli 2002, p. 686-690