APLIKASI METODE SIMULASI MONTE CARLO UNTUK MENDUGA DEBIT ALIRAN SUNGAI

(Application of Monte Carlo Simulation Method for Forecasting Discharge of a Stream flow)

Oktafri*)

Abstract

Discharge of a stream flow is one process in hydrologic cycle. Fluctuation of discharge – directly or indirectly – is more affected by rainfall intensity. Because rainfall intensity is dependent on weather (climate), discharge will be fluctuated dependent on change of weather (climate).

In a long period (for example 10 years), data of discharge will become a data series. A data series of discharge is a stochastic data. There are two aspects in a data series, i.e. probability aspect and time aspects.

A data series can be simulated with based on stochastic concept. One of the methods that can be used is Monte Carlo Simulation Method. Furthermore, in this paper will be exposed the result of accurateness of Monte Carlo Simulation Method to simulate data series of discharge. Mean weekly data series of discharge of Cikapundung stream flow (Cigulung-Cikapundung sub watershed in North Bandung – West Java), were used.

Accurateness of the method was evaluated by Mean Absolute Percentage Error (MAPE). The result is that Monte Carlo Simulation Method can be used accurately to simulate data series of discharge, with MAPE 19.36 percent (< 25 percent).

PENDAHULUAN

Dalam perencanaan suatu proyek irigasi, aliran sungai merupakan sumberdaya air yang sangat potensial untuk dimanfaatkan. Pernberdayaan aliran sungai dapat dilakukan dengan cara rnembendung atau menampung di dalam sebuah waduk, tergantung kepada skala proyek irigasi dan besar debit aliran sungai. Ketersediaan debit aliran sungai sepanjang waktu perlu dianalisis secara seksama. Banyak rnetode yang dapat digunakan, salah satunya adalah metode simulasi.

Debit aliran sungai merupakan salah satu kejadian hidrologi yang bersifat stokastik, oleh sebab itu analisis terhadap debit aliran sungai dapat dilakukan dengan cara menggunakan metode stokastik. Aplikasi metode stokastik dalam bidang hidrologi pertama kali digunakan untuk mengatasi permasalahan di dalam perancangan suatu waduk (Linsley, Kohler, and Paulhus, 1986).

Secara garis besar, analisis kejadian hidrologi yang bersifat stokastik (seperti debit aliran sungai) dapat dilakukan dengan dua cara, yakni dengan menggunakan: (1) Model Stokastik Analitik dan (2) Metode Simulasi Monte Carlo (Haan, Johson, and Brakensiek, 1982).

Pada Model Stokastik Analitik, setiap proses yang terjadi

*) Dosen pada P.S. Teknik Pertanian Fakultas Pertanian Universitas Lampung

Stokastik Analitik sering lebih memuaskan, akan tetapi membutuhkan biaya yang lebih besar jika dibandingkan dengan Metode Sirnuiasi Monte Carlo.

Simulasi terhadap debit aliran sungai (debit rata-rata mingguan, setengah bulanan, dan bulanan) dengan menggunakan Model Stokastik Analitik telah pernah dilakukan, yakni dengan menggunakan Model Box-Jenkins, dengan hasil simulasi sangat memuaskan (Oktafri, 1994). Bertitik tolak kepada hasil penelitian tersebut, perlu k i y a untuk rnencoba Metode Simulasi . Monte Carlo sebagai perluasan alternatif metode yang dapat digunakan untuk analisis keadaan debit aliran sungai pada suatu waktu.

Tulisan ini bertujuan untuk menginformasikan dan merekomendasikan hasil simulasi debit aliran sungai dengan menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo.

LANDASAN TEORI

Hal pertama yang harus ditentukan/diketahui sebelum melakukan simulasi dengan metode Simulasi Monte Carlo adalah sebaran peluang dari peubah yang akan disimulasi. Berdasarkan kepada sebaran peluang tersebut nantinya akan diperoleh data, yakni dengan menggunakan bilangan acak. Banyak cara dapat digunakan untuk membangkitkan bilangan acak, misalnya dengan menggunakan dadu (cara manual) atau program komputer *(cara mekanis)*. Penggunaan program komputer sangat menunjang untuk meningkatkan efektifitas dan efisiensi proses simulasi (Pramudya dan Djojomartono, 1993).

Cara yang umum digunakan untuk membangkitkan bilangan acak pada simulasi kornputer adalah dengan rnenggunakan Pseudo Random *Generator,* yang telah menjadi fungsi pustaka pada bahasa pemograman komputer. Pada bahasa BASIC, pembangkit bilangan acak dinyatakan dengan RND, sedangkan pada bahasa FORTRAN dinyatakan dengan fungsi RAN(X) atau RANF(-1).

Secara bertahap, langkah-langkah utama yang harus dilakukan di dalam proses simulasi Monte Carlo adalah sebagai berikut:

Penentuan sebaran peluang untuk peubah acak pokok dari sistem yang dianalisis atau diiimulasi. Sebaran peluang suatu peubah dapat diperoleh dari data historis, percobaan, atau dari suatu pilihan yang bersifat apriori (perkiraan). Sebaran peluang yang sering digunakan pada simulasi Monte Carlo dapat dibedakan atas dua macam, yalni: (1) sebaran diskrit dan (2) sebaran kontinu. Beberapa sebaran diskrit standar yang sering digunakan adalah sebaran: (a) Binomial, (b) Poisson, (c) Geometrik, dan (d) Hyper-Geometrik. Selain itu, sebaran diskrit tidak standar juga dapat digunakan untuk kondisi tertentu. Sedangkan sebaran kontinu yang sering digunakan adalah sebaran: (a) Normal, (b) Eksponensial, (c) Gamma, (d) Erlang, dan (e) Uniform. Sebaran tidak standar juga dapat digunakan untuk kondisi tertentu (Djojomartono, 1993). Fungsi yang menyatakan sebaran peluang di atas dikenal dengan istilah Fungsi Kepekatan Peluang (*Probability Density Function* – POF).

Mengubah PDF ke dalam bentuk kumulatifnya, sehingga diperoleh Fungsi Distribusi Kumulatif (*Cumulative Distribution Function* – CDF) dari peubah sistem yang disimulasi. Hal ini akan menjamin bahwa hanya ada satu nilai peubah yang berhubungan dengan satu nilai b i i g a n acak.

Mengambil satu contoh dari CDF dengan menggunakan bilangan acak, untuk menentukan nilai spesifik dari peubah yang akan digunakan pada ulangan simulasi.

Melakukan sirnulasi dengan ulangan yang cukup. Simulasi dengan bantuan komputer dapat dilakukan dengan ulangan yang lebih banyak tanpa ada masalah

PELAKSANAAN SIMULASI

Data yang digunakan adalah deret data debit aliran sungai Cikapundung Sub DAS Cigulung-Cikapundung Bandung Utara (tahun 1981 – 1991), yang diperoleh dari Pusat Penelitian dan Pengembangan Pengairan Departemen Pekerjaan Umum Bandung. Data tahun 1981 – 1990 digunakan untuk proses simulasi, sedangkan data tahun 1991 digunakan untuk validasi hasil simulasi.

Berdasarkan aplikasi di lapang - pendugaan ketersediaan air irigasi biasanya dilakukan untuk selang waktu satu minggu - maka simulasi dilakukan terhadap debit rata-rata mingguan.

Deret data debit rata-rata mingguan sungai Cikapundung diduga mengikuti sebaran Normal, yang dalam proses simulasi dihitung dengan Persamaan 1.

$$X = \mu + \sigma \frac{\sum_{i}^{N}(Z(i) - N/2)}{\sqrt{(N/12)}} \quad (1$$

dalam hal ini.

X = debit rata-rata mingguan pada suatu waktu (m^3/dt)

μ = rata-rata dari debit rata-rata mingguan (m^3/dt)

σ = standar deviasi dari debit rata-rata mingguan (m^3/dt)

i = 1, 2, 3, ..., N

N = banyak iterasi (N = 12)

Z(i)= bilangan acak ke – i

Simulasi dilakukan pada bulan Desember 2000 dengan menggunakan *Personal Computer* (PC) dengan Bahasa Program QBASIC. Bagan alir proses simulasi tertera pada Gambar 1.

Siufasi dilakukan sebanyak 20 kali ulangan. Dari hasil simulasi 20 kali ulangan tersebut, dihitung rata-ratanya secara aritmetika. Nilai rata-rata tersebut merupakan nilai akhir dari hasil simulasi, yang akan digunakan pada aplikasi di lapang.

Validasi hasil simulasi dilakukan dengan rnenggunakan rata-rata dari Persentase Kesalahan Absolut Rata-Rata (*Mean* Absolute *Percentage E m* – MAPE) (Persamaan 2). Jika MAPE < 25% maka hasil simulasi dapat diterima secara memuaskan, sebaliknya jika MAPE > 25% maka hasil simulasi kurang memuaskan (Makridakis, Wheelwright, and McGee, 1983).

$$MAPE = \frac{\sum \frac{|Y_t - A_t|}{A_t} x100\%}{M} \quad (2)$$

dalarn hal ini,

Y_t = hasil simulasi pada waktu ke – t

A_t = data aktual pada waktu ke – t

M = jumlah data hasil simulasi (dalarn hal ini M = 48)

Stokastik Analitik sering lebih memuaskan, akan tetapi membutuhkan biaya yang lebih besar jika dibandingkan dengan Metode Simulasi Monte Carlo.

Simulasi terhadap debit aliran sungai (debit rata-rata mingguan, setengah bulanan, dan bulanan) dengan rnenggunakan Model Stokastik Analitik telah pernah dilakukan, yakni dengan menggunakan Model Box-Jenkins, dengan hasil simulasi sangat memuaskan (Oktafri, 1994). Bertiiik tolak kepada hasil penelitian tersebut, perlu kiranya untuk mencoba Metode Sirnulasi . Monte Carlo sebagai perluasan dtematii metode yang dapat digunakan untuk analisis keadaan debit aliran sungai pada suatu waktu.

Tulisan ini bertujuan untuk menginformasikan dan merekomendasikan hasil sirnulasi debit aliran sungai dengan menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo.

. LANDASAN TEORI

Hal pertama yang harus ditentukan/diketahui sebelum melakukan simulasi dengan metode Simulasi Monte Carlo adalah sebaran peluang dari peubah yang akan disimulasi. Berdasarkan kepada sebaran peluang tersebut nantinya akan diperoleh data, yakni dengan menggunakan bilangan acak. Banyak cam dapat digunakan untuk membangkitkan bilangan acak, misalnya dengan menggunakan dadu (cara manual) atau program komputer (cara mekanis). Penggunaan program komputer sangat rnenunjang untuk meningkatkan efektifitas dan efisiensi proses simulasi (Pramudya dan Djojomartono, 1993).

Cara yang umum digunakan untuk membangkitkan bilangan acak pada simulasi komputer adalah dengan menggunakan Pseudo Random Generator, yang telah menjadi fungsi pustaka pada bahasa pemograman komputer. Pada bahasa BASIC, pembangkit bilangan acak dinyatakan dengan RND, sedangkan pada bahasa FORTRAN dinyatakan dengan fungsi RAN(X) atau RANF(-1).

Secara bertahap, langkah-langkah utama yang harus dilakukan di dalam proses sirnulasi Monte Carlo adalah sebagai berikut:

Penentuan sebaran peluang untuk peubah acak pokok dari sistem yang dianalisis atau diiimulasi. Sebaran peluang suatu peubah dapat diperoleh dari data historis, percobaan, atau dari suatu pilihan yang bersifat apriori (perkiraan). Sebaran peluang yang sering digunakan pada simulasi Monte Carlo dapat dibedakan atas dua macam, yalni: (1) sebaran diskrit den (2) sebaran kontinu. Beberapa sebaran diskrit standar yang sering digunakan adalah sebaran: (a) Binomial, (b) Poisson, (c) Geometrik, dan (d) Hyper-Geometrik. Selain itu, sebaran diskrit tidak standar juga dapat digunakan untuk kondisi tertentu. Sedangkan sebaran kontinu yang sering diiunakan adalah sebaran: (a) Normal, (b) Eksponensial, (c) Gamma, (d) Erlang, dan (e) Uniform. Sebaran tidak standar juga dapat digunakan untuk kondisi tertentu (Djojomartono, 1993). Fungsi yang menyatakan sebaran peluang di atas dikenal dengan istilah Fungsi Kepekatan Peluang (*Probability Density* Function – PDF).

Mengubah PDF ke dalam bentuk kumulatifnya, sehingga diperoleh Fungsi Distribusi Kumulatif (Cumulative *Distribution* Function – CDF) dari peubah sistem yang disimulasi. Hal ini akan menjamin bahwa hanya ada satu nilai peubah yang berhubungan dengan satu nilai bilangan acak.

Mengambil satu contoh dari CDF dengan menggunakan bilangan acak, untuk menentukan nilai spesifik dari peubah yang akan digunakan pada ulangan simulasi.

Melakukan sirnulasi dengan ulangan yang cukup. Simulasi dengan bantuan komputer dapat dilakukan dengan ulangan yang lebih banyak tanpa ada masalah

PELAKSANAAN SIMULASI

Data yang digunakan adalah deret data debit aliran sungai Cikapundung Sub DAS Cigulung-Cikapundung Bandung Utara (tahun 1981 – 1991), yang diperoleh dari Pusat Penelitian dan Pengembangan Pengairan Departemen Pekerjaan Umum Bandung. Data tahun 1981 – 1990 digunakan untuk proses simulasi. sedangkan data tahun 1991 diiunakan untuk validasi hasil simulasi.

Berdasarkan aplikasi di lapang - pendugaan ketersediaan air irigasi biasanya dilakukan untuk selang waktu satu minggu - maka simulasi dilakukan terhadap debit rata-rata mingguan.

Deret data debit rata-rata mingguan sungai Cikapundung diduga mengikuti sebaran Normal, yang dalam proses simulasi dihiing dengan Persamaan 1.

$$X = \mu + \sigma \frac{\sum_{i}^{N}(Z(i) - N/2)}{\sqrt{(N/12)}} \qquad (1)$$

dalam hal ini,

X = debit rata-rata mingguan pada suatu waktu (m^3/dt)

μ = rata-rata dari debii rata-rata mingguan (m^3/dt)

σ = standar deviasi dari debit rata-rata mingguan (m^3/dt)

i = 1, 2, 3, ..., N

N = banyak iterasi (N = 12)

Z(i)= bilangan acak ke – i

Simulasi dilakukan pada bulan Desember 2000 dengan menggunakan *Personal* Computer (PC) dengan Bahasa Program QBASIC. Bagan alir proses simulasi tertera pada Gambar 1.

Simulasi dilakukan sebanyak 20 kali ulangan. Dari hasil simulasi 20 kali ulangan tersebut, dihiing rata-ratanya secara aritmetika. Nilai rata-rata tersebut merupakan nilai akhir dari hasil simulasi, yang akan digunakan pada aplikasi di lapang.

Validasi hasil simulasi dilakukan dengan menggunakan rata-rata dari Persentase Kesalahan Absolut Rata-Rata (Mean Absolute *Percentage Error* – MAPE) (Persamaan 2). Jika MAPE < 25% maka hasil simulasi dapat diterima secara memuaskan, sebaliknya jika MAPE > 25% maka hasil simulasi kurang memuaskan (Makridakis, Wheelwright, and McGee, 1983).

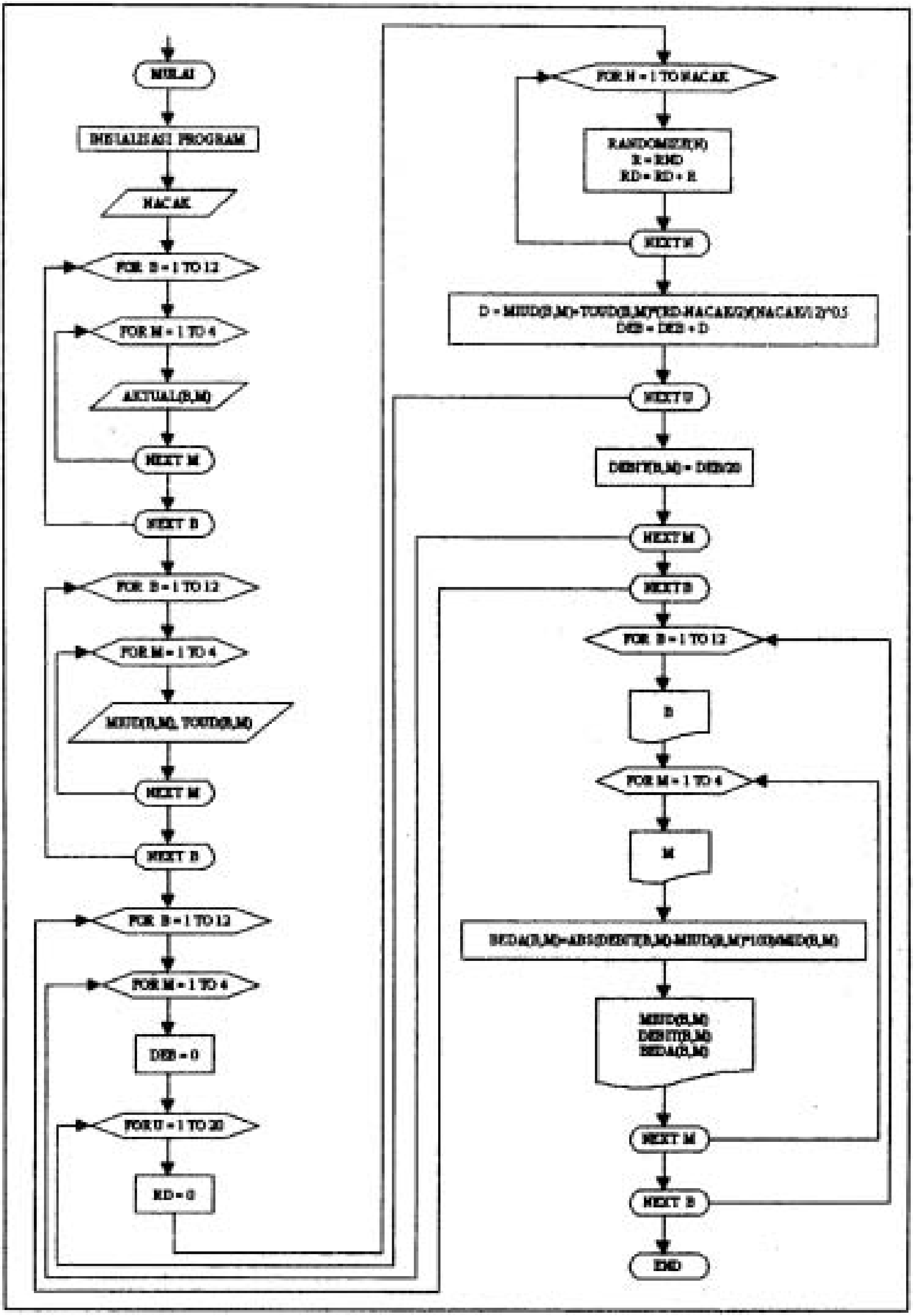
$$MAPE = \frac{\sum \frac{|Y_t - A_t|}{A_t} x100\%}{M} \qquad (2)$$

dalam hal ini,

Y_t = hasil simulasi pada waktu ke – t

A_t = data aktual pada waktu ke – t

M = jumlah data hasil simulasi (dalam hal ini M = 48)



Gambar 1. Bagan alir program simulasi Monte Carlo debit rata-rata mingguan sungai Cikapundung Sub DAS Cigulung–Cikapundung Bandung Utara

HASIL DAN PEMBAHASAN

Uji Kenormalan

Uji kenormalan data dilakukan dengan uji Liliefors (Nasoetion dan Barizi, 1976). Hasil pengujian membuktikan bahwa deret data debi rata-rata mingguan sungai Cikapundung mengikuti sebaran Normal, seperti yang tertera pada Tabel 1.

KESIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil validasi pada Tabel 2 dapat disimpulkan bahwa, Metode Simulasi Monte Carlo dapat diaplikasikan secara memuaskan untuk menduga (mensimulasi) debit aliran sungai pada suatu waktu (dalam hal ini debit rata-rata mingguan).

Metode Simulasi Monte Carlo seyogyanya dapat digunakan sebagai salah satu metode alternatif untuk menganalisis debit aliran sungai.

Untuk rnengetahui aplikasi yang lebih luas dari Metode Simulasi Monte Carlo pada bidang hidrologi, perlu kiranya dilakukan penelitian terhadap kejadian hidrologi lainnya yang bersifat stokastik, seperti curah hujan, evaporasi, evapotranspirasi, dan sebagainya.

DAFTAR PUSTAKA

Djojomartono, M. 1993. Pengantar Umum Analisis Sistem. Fakultas Teknologi Pertanian, Institut Pertanian Bogor, Bogor.

Haan, C. T., H. P. Johnson, and D. L. Brakensiek. 1982. Hydrologic Modeling of Small Watersheds. American Society of Agricultural Engineers. Michigan USA.

Linsley, R. K., M. A. Kohler, and J. L. H. Paulhus. 1986. Terjemahan. Hidrologi untuk Insinyur. Penertbit Erlangga, Jakarta. 3th ed.

Makridakis, S., S. C. Wheelwright, and V. E. McGee. 1983. Forecasting (Methods and Applications). John Wiley and Sons Inc., New York USA. 2nd ed.

Nasoetion. A. H. dan Barizi. 1976. Metode Statistika. P.T. Gramedia, Jakarta.

Oktafri. 1994. Tesis S_2. Perumusan Model Peramalan Box-Jenkins Debit Sungai, Curah Hujan, dan Evapotranspirasi Sub DAS Cigulung-Cikapundung Bandung Utara. Program Pascasarjana Institut Pertanian Bogor, Bogor.

Pramudya, B. dan M. Djojomartono. 1993. Sistem Stokastik. Fakultas Teknologi Pertanian, Institut Pertanian Bogor, Bogor.

Tabel 1. Uji kenormalan (uji Liliefors) debit rata-rata mingguan , . sungai Cikapundung Bandung Utara

No (n)	Bulan (b)	Minggu (m)	$X_{b,m}$ (m^3/dt)	$STD_{b,m}$	Z_n	S_n	$F(S_n)$	$P(Z_n)$	L_n
1	1	1	3.68	1.00	0.64	-1.80	0.04	0.02	0.02
2		2	3.95	1.11	1.01	-1.57	0.06	0.04	0.02
3		3	3.62	1.01	0.57	-1.48	0.07	0.06	0.01
4		4	3.81	0.89	0.83	-1.43	0.08	0.08	0.01
5	2	1	3.91	0.78	0.96	-1.41	0.08	0.10	0.02
6		2	3.73	1.32	0.72	-1.32	0.09	0.13	0.03
7		3	3.53	0.87	0.44	-1.21	0.11	0.15	0.03
8		4	3.67	1.56	0.63	-1.19	0.12	0.17	0.05
9	3	1	3.56	0.83	0.48	-1.11	0.13	0.19	0.05
10		2	4.07	1.43	1.17	-1.05	0.15	0.21	0.06
11		3	3.84	0.72	0.86	-0.98	0.16	0.23	0.07
12		4	4.32	1.29	1.51	-0.97	0.17	0.25	0.08
13	4	1	4.40	1.37	1.62	-0.88	0.19	0.27	0.08
14		2	4.72	1.48	2.05	-0.85	0.20	0.29	0.09
15		3	4.33	1.40	1.53	-0.79	0.21	0.31	0.10
16		4	3.99	1.22	1.07	-0.78	0.22	0.33	0.11
17	5	1	3.95	1.23	1.01	-0.59	0.28	0.35	0.08
18		2	3.94	0.82	1.00	-0.51	0.31	0.38	0.07
19		3	3.82	1.09	0.84	-0.32	0.37	0.40	0.02
20		4	3.61	0.93	0.55	-0.29	0.39	0.42	0.03
21	6	1	3.65	1.18	0.61	-0.19	0.42	0.44	0.01
22		2	3.09	0.65	-0.15	-0.15	0.44	0.46	0.02
23		3	2.96	0.64	-0.32	0.01	0.50	0.48	0.02
24		4	2.82	0.66	-0.51	0.08	0.53	0.50	0.03
25	7	1	2.63	0.66	-0.78	0.22	0.59	0.52	0.07
26		2	2.56	0.79	-0.86	0.25	0.60	0.54	0.06
27		3	2.77	0.87	-0.59	0.27	0.61	0.56	0.04
28		4	2.47	0.90	-0.98	0.44	0.67	0.58	0.09
29	8	1	2.38	0.85	-1.11	0.48	0.68	0.60	0.08
30		2	2.22	0.71	-1.32	0.55	0.71	0.63	0.08
31		3	2.11	0.64	-1.48	0.57	0.72	0.65	0.07
32		4	2.04	0.61	-1.57	0.61	0.73	0.67	0.06
33	9	1	1.87	0.59	-1.80	0.63	0.74	0.69	0.05
34		2	2.32	1.24	-1.19	0.64	0.74	0.71	0.03
35		3	2.48	1.59	-0.97	0.72	0.76	0.73	0.04
36		4	2.30	1.07	-1.21	0.83	0.80	0.75	0.05
37	10	1	2.16	0.74	-1.41	0.84	0.80	0.77	0.03
38		2	2.14	0.80	-1.43	0.86	0.81	0.79	0.01
39		3	2.42	0.67	-1.05	0.96	0.83	0.81	0.02
40		4	2.57	1.13	-0.85	1.00	0.84	0.83	0.01
41	11	1	2.62	1.31	-0.79	1.01	0.84	0.85	0.01
42		2	3.20	1.36	0.01	1.01	0.84	0.88	0.03
43		3	2.99	1.66	-0.29	1.07	0.86	0.90	0.04
44		4	3.06	1.42	-0.19	1.17	0.88	0.92	0.04
45	12	1	3.26	1.78	0.08	1.51	0.93	0.94	0.01
46		2	3.40	1.15	0.27	1.53	0.94	0.96	0.02
47		3	3.36	1.15	0.22	1.62	0.95	0.98	0.03
48		4	3.39	1.08	0.25	2.05	0.98	1.00	0.02
		$\bar{x}$ =	3.20				Maksimum (L_t)	=	0.11
		$STD_{\bar{x}}$ =	0.74				$L_{0.05(48)}$	=	0.13
							$L_{0.01(48)}$	=	0.15

dalam hal ini,

$$Z_n = \frac{X_{b,m} - \chi}{STD_\chi} \qquad (3)$$

$$P(Z_n) = \frac{n}{N} \qquad (4)$$

$X_{b,m}$ = rata-rata debit mingguan pada bulan ke-b dan minggu ke-m

χ = rata-rata keseluruhan debit mingguan

$STD_{b,m}$ = standar deviasi rata-rata debit mingguan pada bulan ke-b dan minggu ke-m

STD_χ = standar deviasi dari rata-rata keseluruhan debit mingguan

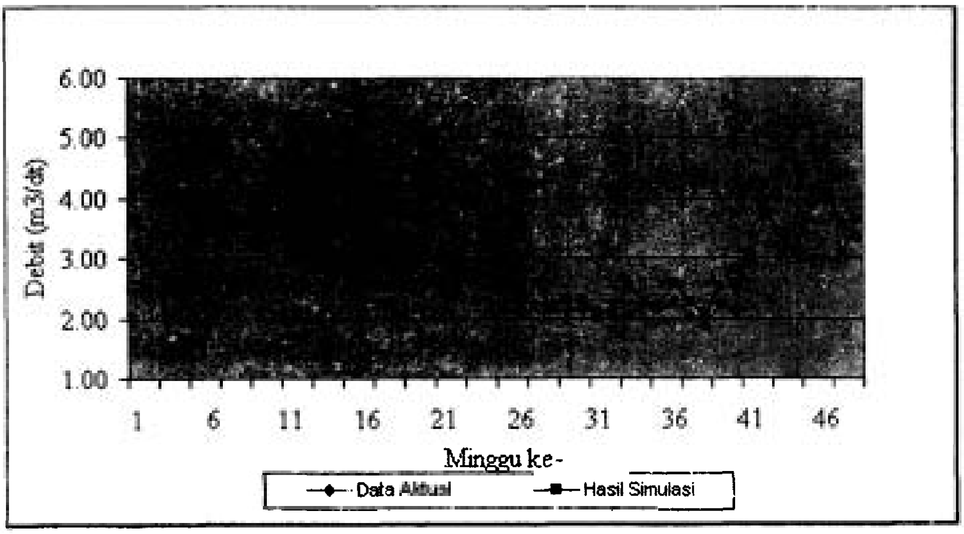
S_n = nilai Z, yang disusun dari nilai terkecil ke nilai terbesar

$F(S_n)$ = peluang nilai S_n berdasarkan sebaran Normal

L_n = $|F(S_n) - P(Z_n)|$

N = 48

Jika $L < L_{0,05(48)}$ atau $L < L_{0,01(48)}$ $\rightarrow$ data mengikuti sebaran Normal



Gambar 2. Grafik validasi hasil simulasi debit rata-rata mingguan sungaii Cikapundung dengan menggunakan Metode Simulasi Monte Carlo

Tabel 2. **Validasi** hasil simulasi debit **rata-rata mingguan sungai** Cikapundung **dengan menggunakan Metode Simulasi** Monte **Carlo**

No	Bulan	Minggu	Debit Pengukuran (m^3/dt)	Hasil Simulasi (m^3/dt)	Kesalahan Relatif (%)
1	1	1	3.28	3.65	11.28
2		2	2.88	3.38	17.36
3		3	2.75	3.37	22.55
4		4	2.62	3.81	45.42
5	2	1	2.70	3.86	42.96
6		2	2.55	3.91	53.33
7		3	2.42	3.24	33.88
8		4	2.63	3.31	25.86
9	3	1	2.04	3.53	73.04
10		2	3.68	3.64	1.09
11		3	3.85	3.94	2.34
12		4	4.52	3.01	13.50
13	4	1	5.22	4.11	21.26
14		2	4.47	4.63	3.58
15		3	3.74	4.12	10.16
16		4	3.89	3.87	0.51
17	5	1	3.33	3.98	19.52
18		2	2.96	4.18	41.22
19		3	2.80	3.62	29.29
20		4	2.65	3.19	20.38
21	6	1	2.39	3.86	61.51
22		2	2.43	3.04	25.10
23		3	2.32	2.78	19.83
24		4	2.29	2.72	18.78
25	7	1	2.16	2.62	21.30
26		2	2.08	2.17	4.33
27		3	2.24	2.58	15.18
28		4	2.16	2.21	2.31
29	8	1	2.09	2.29	9.57
30		2	2.14	2.29	7.01
31		3	2.12	1.99	6.13
32		4	2.17	2.02	6.91
33	9	1	2.59	2.05	20.85
34		2	2.30	2.23	3.04
35		3	2.10	2.22	1.37
36		4	2.30	2.59	12.61
37	10	1	2.04	2.28	11.76
38		2	1.88	2.06	9.57
33		3	2.23	2.53	13.45
40		4	2.09	2.54	21.53
41	11	1	3.39	2.99	11.80
42		2	3.86	3.72	3.63
43		3	4.48	3.42	23.68
44		4	5.18	3.13	39.58
45	12	1	5.25	3.91	25.52
46		2	4.01	4.80	19.70
47		3	3.61	3.05	15.51
48		4	3.34	3.65	9.28
Mean Absolute Percentage Error – **MAPE**					**19.36%**