

# SIMULASI METODE NUMERIK BEDA-HINGGA UNTUK MENDUGA PENYEBARAN KADAR AIR VOLUMETRIK DAN POTENSIAL AIR TANAH

*The Simulation of Numerical Method of Finite Difference for Predicting the Distribution of Volumetric Water and Water Potential*

Tamrin Latief<sup>1</sup>, Hermantoro<sup>2</sup>, dan Budi Indra Setiawan<sup>3</sup>

## ABSTRACT

*This paper describes an application of numerical method of finite difference for predicting the distribution of volumetric water ( $\theta$ ) and water potential ( $\Psi$ ) by using diffusivity and conductivity approach. The result of current study showed that the parameters, volumetric water and water potential, correlated reversely. The trend of application of numerical method was similar to that of exact method. The simulation of parameters was not significant. The reliability of models is still needed to test empirically.*

*Keywords: volumetric water, water potential.*

## PENDAHULUAN

Air berperan penting dalam pertumbuhan dan perkembangan tanaman. Walaupun didukung dengan penyediaan kondisi lingkungan lain, seperti suhu, cahaya, kelembaban dan lain-lain, pertumbuhan dan perkembangan tanaman tidak akan berjalan seperti yang diharapkan bila tidak didukung oleh penyediaan air yang sesuai.

Secara lebih spesifik, fungsi air bagi tanaman adalah untuk pelarut bahan-bahan organik dan anorganik;

sebagai komponen protoplasma; untuk pereaksi dalam proses sintesis dan hidrolisis; untuk memantapkan tekanan turgor; untuk pembelahan dan pembesaran sel-sel; untuk mengangkut nutrisi dari akar tanaman ke bagian tanaman lainnya; dan untuk mengatur suhu tanah dan tanaman.

Tanah terdiri dari tiga fase penyusun, yaitu fase padat (partikel tanah), fase cair atau larutan tanan (air dan zat terlarut lainnya), dan fase gas berupa udara (Hillel, 1973). Di dalam tanah air merupakan lapisan tipis (film) yang berada dalam ruang pori diantara partikel tanah. Pada

<sup>1</sup> Staf Pengajar Jurusan Teknologi Pertanian Fakultas Pertanian, UNSRI

<sup>2</sup> Staf Pengajar Jurusan Teknologi Pertanian Fakultas Pertanian, STIPER-YOGYA

<sup>3</sup> Staf Pengajar Jurusan Teknik Pertanian Fakultas Teknologi Pertanian, IPB

keadaan jenuh air, semua **ruang pori tanah** terisi oleh air. Pada saat pengeringan atau terjadi **evapo-transpirasi** bagian ruang pori yang diisi oleh air berangsur-angsur digantikan oleh udara, **sejalan** dengan pengurangan kadar air dalam **tanah**.

Konsep aliran air di dalam **tanah** melalui **tanaman** ke atmosfer dikenal dengan istilah Soil-Plant-Atmosphere Continuum (SPAC). Aliran air **tersebut** melalui dua interface (**antar muka**), yakni interface **tanah** (termasuk **lengas**) dengan **tanaman** dan interface **tanaman** dengan **atmosfer**. Aliran air di dalam **tanah** tidak jenuh akan **sangat** dipengaruhi oleh penyebaran dan beda potensial air dalam **tanah**. **Dalam** hubungannya dengan aliran air dalam **tanah** dan **tanaman**, potensial air merupakan pernyataan keberadaan air yang lebih sesuai dibandingkan dengan lainnya, misalnya kadar air **tanah**. Hal ini disebabkan semua aliran air merupakan konsekuensi dari gradien potensial. Sebagai aliran yang kontinyu, laju aliran air juga dipengaruhi oleh laju penyerapan air dari **tanah** oleh **tanaman**, serta dari **tanaman** melalui jaringan **tanaman** dan stomata ke atmosfer.

Beda potensial ataupun gradien potensial dari **suatu** sistem ke sistem lainnya merupakan **daya dorong** dalam aliran air. Walaupun aliran air **tersebut** kontinyu, aliran **tersebut** tidak harus **berlangsung terus-menerus** karena laju **aliran** akan mengalami resistensi pada interface **tanah-akar tanaman**, antara jaringan dalam **tanaman**, dan **tanaman-atmosfer**.

Penyebaran potensial air **penting** dipelajari terutama untuk lebih **memahami** aliran air maupun **larutan** dalam **Soil-Plant-Atmosphere-Continuum**. Pendugaan penyebaran potensial air di dalam **tanah sangat** sulit. Dibutuhkan **banyak waktu** dan biaya bila dilakukan pengamatan **langsung**, serta dikhawatirkan akan mengganggu keadaan alami dari sistem yang ada bila menggunakan **alat**. Oleh karena itu pendekatan secara numerik merupakan **alternatif** lain yang mungkin dapat **diandalkan** (Setiawan, 1994).

Pada paper ini dikemukakan **pendugaan** kadar air volumetrik dan potensial air yang didasarkan pada fenomena di **lapangan** serta simulasinya dengan menggunakan pendekatan numerik beda hingga (finite difference).

### **PENDEKATAN ALIRAN AIR DALAM SISTEM TANAH**

Aliran air dalam sistem **tanah** adalah gabungan air yang bergerak di **taNah** (mikro dan **makro** pori) dan yang mengalir ke permukaan akar (temu muka tanah-akar). Situasinya **di lapangan** merupakan pergerakan aliran air secara radial. Untuk mensimulasi **situasi** ini didekati dengan pergerakan air secara horizontal dan **vertikal**.

**Sebelum** sampai kepada pemahaman pendekatan **tersebut** di **atas**, perlu dimengerti terlebih **dahulu** beberapa karakteristik air **tanah**, seperti kadar air volumetrik ( $\theta$ ), potensial air ( $Y$ ), fluks air ( $q$ ),

**difusivitas** air, konduktivitas air, (K), dan kapasitas **spesifik** air (C).

Potensial air merupakan **pernyataan** keberadaan air yang lebih sesuai bila dibandingkan dengan yang lainnya, seperti keadaan air **tanah**. Kadar air volumetrik merupakan fungsi potensial air. Hubungan kedua **variabel** ini dikenal dengan hubungan **kurva** retensi air **tanah** (water retention curve in soil). **Hubungan** antara kadar air volumetrik dan potensial air dinyatakan oleh Van Genuchten **melalui** persamaan (1).

$$\theta(\Psi) = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{\left\{ 1 + \left[ \frac{|\Psi|}{\alpha} \right]^n \right\}^m} \quad (1)$$

dimana:

$\theta$  = kadar air volumetrik (cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>)

$\Psi$  = potensial air cm H<sub>2</sub>O

$\theta_s$  = kadar air volumetrik jenuh (cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>)

$\theta_r$  = kadar air volumetrik sisa (cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>)

$\alpha, n, m$  = konstanta jenis tanah

Konstanta untuk melakukan air dikenal dikenal **dengan** konduktivitas hidrolika (K). Konduktivitas **hidrolika** **tanah** tidak jenuh air merupakan **fungsi** kadar air volumetrik. Adapun hubungan **tersebut** dinyatakan oleh Setiawan (1993) sebagai berikut,

$$k(\theta) = k_s \text{Exp} \left\{ -a(\theta_s - \theta)^b \right\} \dots (2)$$

dimana:

K = konduktivitas hidrolika (cmldetik)

K<sub>s</sub> = konduktivitas hidrolika jenuh (cmldetik)

a, b = konstanta untuk fitting

Karakteristik air **tanah** lain, yaitu kapasitas spesifik air dan difusivitas. Kapasitas spesifik air diturunkan dari hubungan kadar air volumetrik dengan potensial (persamaan 1). Adapun hasil penurunan **tersebut** adalah seperti persamaan (3).

Sedangkan difusitas hidrolik merupakan rasio konduktivitas hidrolik dengan kapasitas spesifik air, yaitu mengikuti persamaan berikut,

$$D = \frac{K}{C} \dots \dots \dots (4)$$

Air **tanah** mengandung energi dalam bentuk dan jumlah yang berbeda. Energi tersebut, yaitu energi potensial dan energi kinetik. Oleh karena gerakan air di dalam **tanah** relatif **pelan** dan energi kinetik merupakan kuadrat dari kecepatan, maka, umumnya energi kinetik aliran air di dalam **tanah** **sangat** kecil **atau** dianggap tidak ada. **Sebaliknya** energi potensial yang menunjukkan **kedudukan** dan kondisi internal menjadi **sangat penting** dalam **hal** kedudukan dan aliran air dalam **tanah** (Hillel, 1973). **Adanya perbedaan** potensial energi di **tempat** yang berbeda di dalam **tanah** menyebabkan adanya kecenderungan aliran air. Aliran air pada umumnya berasal dari **tempat** dengan potensial tinggi ke **tempat** dengan potensial **rendah**

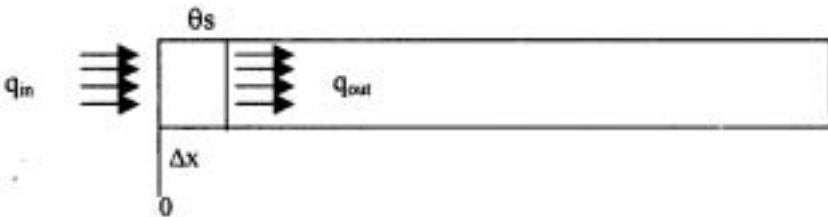
Pada kondisi tekanan hidrostatis lebih besar dari tekanan atmosfer, **potensial** air **tanah** lebih besar dari tekanan pada titik acuan, dan disebut tekanan **positif**. Sedangkan pada keadaan tidak jenuh air, **tanah** ditahan oleh gaya kapiler dan adsorpsi, maka umumnya disebut potensial negatif.

$$C = -m (\theta_s - \theta_r) \left[ 1 + \left( \frac{\psi}{\alpha} \right)^n \right]^{-m-1} n \left( \frac{\psi}{\alpha} \right)^{n-1} \quad (3)$$

dimana  $C$  = kapasitas spesifik (1/cm)

Pendekatan difusitas pada lapisan tipis tanah yang diasumsikan terjadi gerakan air ke arah horisontal adalah sebagai berikut,

$WC = D$ , sehingga persamaan 10 berubah menjadi persamaan 11.



Pada prinsipnya pendekatan difusivitas di atas sama dengan pendekatan konduktivitas, yaitu hanya mensubstitusikan  $\psi$  dan  $WC$  ke dalam persamaan 10. Dimana

$$\frac{\Delta q}{\Delta x} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \dots\dots\dots (5)$$

$$\Delta \theta = - \frac{q_{out} - q_{in}}{\Delta x} \Delta t \dots\dots\dots (6)$$

$$q_x = -D(\theta) \frac{\partial \Psi}{\partial x} \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{q_{out} - q_{in}}{\Delta x} = - \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial x} = - \left[ \frac{\partial (-D(\theta) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x})}{\partial x} \right] \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{ae}{at} - \frac{a}{\partial x} (D(\theta) \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x}) = \frac{\partial D(\theta)}{\partial x} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + D(\theta) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \dots\dots\dots (10)$$

$$C \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial k(\Psi)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial x} + k(\Psi) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \dots\dots\dots (11)$$

**PEMECAHAN MODEL DENGAN METODE NUMERIK**

konduktivitas dengan metode numerik beda hingga adalah sebagai berikut :

Pemecahan model matematik pendekatan difusivitas dan

1. Pendekatan difusivitas (D) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial D(\theta)}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + D(\theta) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \dots\dots\dots(12)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\theta_i^{i+\Delta t}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial D(\theta)}{\partial x} = \frac{D(\theta)'_{i+1} - D(\theta)'_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\theta'_{i+1} - \theta'_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\theta'_{i+1} - 2\theta'_i + \theta'_{i-1}}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\theta_i^{i+\Delta t} - \theta'_i}{\Delta t} = \frac{D'_{i+1} - D'_{i-1}}{2\Delta x} \frac{\theta'_{i+1} - \theta'_{i-1}}{2\Delta x} + D'_i \frac{\theta'_{i+1} - 2\theta'_i + \theta'_{i-1}}{\Delta x^2}$$

$$\theta_i^{i+\Delta t} = \left\{ \frac{1}{2\Delta x} (D'_{i+1} - D'_{i-1}) \frac{1}{2\Delta x} (\theta'_{i+1} - \theta'_{i-1}) + \frac{1}{\Delta x^2} (D'_i (\theta'_{i+1} - 2\theta'_i + \theta'_{i-1})) \right\} \Delta t + \theta'_i$$

$$\theta_i^{i+\Delta t} = \left\{ \frac{1}{4\Delta x^2} (D'_{i+1} - D'_{i-1}) (\theta'_{i+1} - \theta'_{i-1}) + \frac{1}{\Delta x^2} (D'_i (\theta'_{i+1} - 2\theta'_i + \theta'_{i-1})) \right\} \Delta t + \theta'_i$$

$$A = (D'_{i+1} - D'_{i-1}) \frac{\Delta t}{(2\Delta x)^2}$$

$$B = D'_i \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$$

$$\theta'_i = (A - B)\theta'_{i-1} + (1 - 2B)\theta'_i + (B + A)\theta'_{i+1}$$

adapun kondisi batasnya :

$$\theta(0, t) = 0,8; \theta(x_{\max}, t) = 0,65 \Rightarrow 0 < t < x_{\max}$$

2. Pendekatan konduktivitas (K)

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial k}{\partial x} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial x} + k \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \dots \dots \dots (13)$$

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = C \frac{\psi_i^{t+\Delta t} - \psi_i^t}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial k}{\partial x} = \frac{k_{i+1} - k_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\psi_{i+1} - \psi_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\psi_{i+1} - \psi_i + \psi_{i-1}}{\Delta x^2}$$

$$C \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left( \frac{k_{i+1} - k_{i-1}}{2\Delta x} \right) \left( \frac{\psi_{i+1} - \psi_{i-1}}{2\Delta x} \right) + k \left( \frac{\psi_{i+1} - \psi_i + \psi_{i-1}}{\Delta x^2} \right)$$

$$\psi_i^{t+\Delta t} - \psi_i^t = \left[ \frac{\Delta t}{4\Delta x^2 C} (k_{i+1} - k_{i-1})(\psi_{i+1} - \psi_{i-1}) + \frac{k\Delta t}{\Delta x^2 C} (\psi_{i+1} - 2\psi_i + \psi_{i-1}) \right] \Delta t$$

$$\psi_i^{t+\Delta t} = \left[ \frac{k\Delta t}{4\Delta x^2 C} (k_{i+1} - k_{i-1})(\psi_{i+1} - \psi_{i-1}) + \frac{k\Delta t}{\Delta x^2 C} (\psi_{i+1} - 2\psi_i + \psi_{i-1}) \right] \Delta t + \psi_i^t$$

$$A = \frac{\Delta t}{4\Delta x^2 C} (k_{i+1} - k_{i-1})$$

$$B = \frac{k\Delta t}{\Delta x^2 C}$$

$$\psi_i^{t+\Delta t} = (A+B)\psi_{i+1} + (1-2B)\psi_i + (B-A)\psi_{i-1}$$

Adapun kondisi batasnya

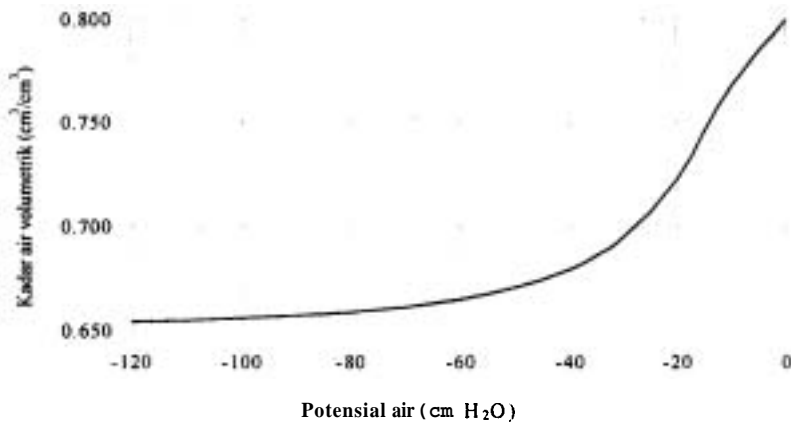
$$(\psi(0,t)=0), (\psi(x_{\text{maks}} t)=120) \Rightarrow 0 < t < x_{\text{maks}}$$

Untuk keperluan simulasi, pada kedua pendekatan tersebut di atas dikurangi dengan besarnya nilai evapotranspirasi (q). Dan kondisi air tanah di lapang adalah: kadar air volumetrik sisa (residual) = 0,65 cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>; kadar air volumetrik saturasi =

0,8 cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup>; Konduktivitas saturasi = 0,002 cm/detik; a = 4437; b=3.15; alpha = 18.7; n = 2; m = 0.95.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Hubungan kadar air volumetrik dengan potensial air secara analitik (exact) dapat dilihat pada Gambar 1. Dari kurva tersebut nampak bahwa pada kisaran nilai potensial kecil (0 – 50 cm H<sub>2</sub>O) terjadi penurunan kadar air yang tajam, dan selanjutnya cenderung menjadi landai dan kemudian mendekati nilai kadar air residu (konstan).



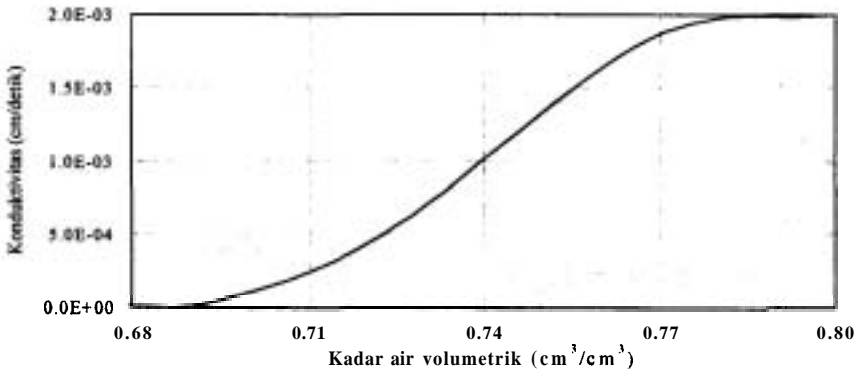
Gambar 1. Kurva retensi air tanah

Kurva konduktivitas (K) fungsi kadar air volumetrik dapat dilihat pada Gambar 2. Dari gambar tersebut terlihat bahwa pada nilai kadar air volumetrik residu, yakni 0,65 konduktivitas tanah akan mendekati nol, kemudian akan meningkat dengan tajam sejalan dengan peningkatan kadar air mencapai kurang lebih 0,775 dan akhirnya akan sama dengan 0,002 pada keadaan jenuh air.

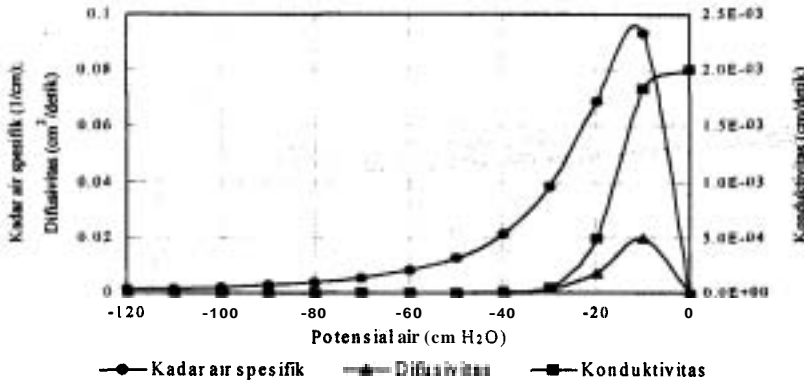
Pada Gambar 3 terlihat kurva konduktivitas (K) dan difusifitas air (D) mempunyai kecenderungan yang sama. Dari nilai potensial air 0-10 cm H<sub>2</sub>O, ke dua variabel naik secara tajam (terutama K), dan mencapai maksimum pada potensial air sekitar 12 cm H<sub>2</sub>O. Selanjutnya menurun. Kurva difusifitas lebih dahulu mendekati nol (pada potensial air 30 cm H<sub>2</sub>O). Sedangkan kurva konduktivitas kemudian (pada

potensial air sekitar 100 cm H<sub>2</sub>O).

Hasil analisis numerik beda hingga (finite difference) menunjukkan kecenderungan seperti pada Gambar 4 – 5, sedangkan data selengkapannya dapat dilihat pada Lampiran 1 sampai 6. Dari kurva yang dihasilkan dapat dikemukakan bahwa keberlakuan dari analisis numerik beda hingga (finite difference) yang didasarkan pada nilai D, kadar air tanah volumetrik sangat tergantung pada kondisi kadar



Gambar 2. Kurva konduktivitas tanah fungsi kadar air volumetrik

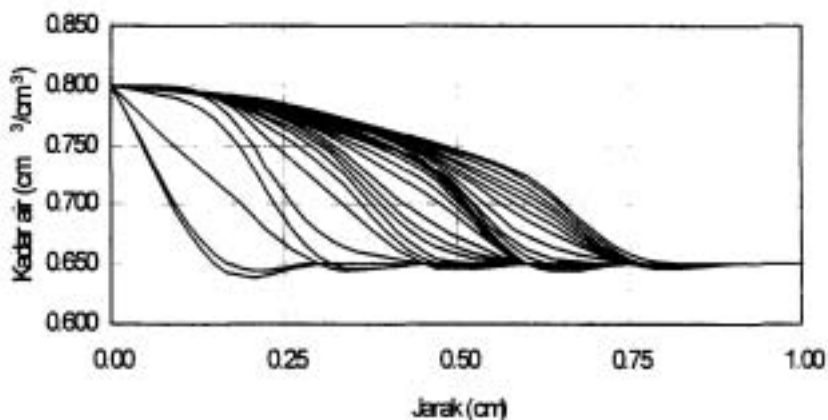


Gambar 3. Kurva karakteristik air tanah fungsi potensial air

air tanah. Pada analisis ini digunakan 0.8 cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup> untuk kadar air volumetrik jenuh dan 0.65 cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup> untuk kadar air volumetrik residu. Sedangkan analisis potensial air yang didasarkan pada nilai konduktivitas (K), keberlakuannya dibatasi oleh kondisi awal pada saat tanah dalam keadaan kering, yaitu potensial air tanah sama dengan 120 cm H<sub>2</sub>O dan jenuh, potensial air tanah sama dengan 0 cm H<sub>2</sub>O.

Pada kurva kadar air volumetrik fungsi jarak terlihat bahwa pada waktu-waktu awal kurva menurun tajam kemudian melandai dan selanjutnya stabil. Dengan melakukan simulasi terjadinya evapotranspirasi sebesar 0.001 cm<sup>3</sup>/cm<sup>3</sup> melalui hisapan akar tanaman menyebabkan kadar air tanaman turun dan memperlihatkan kecenderungan grafik yang menurun lebih tajam.





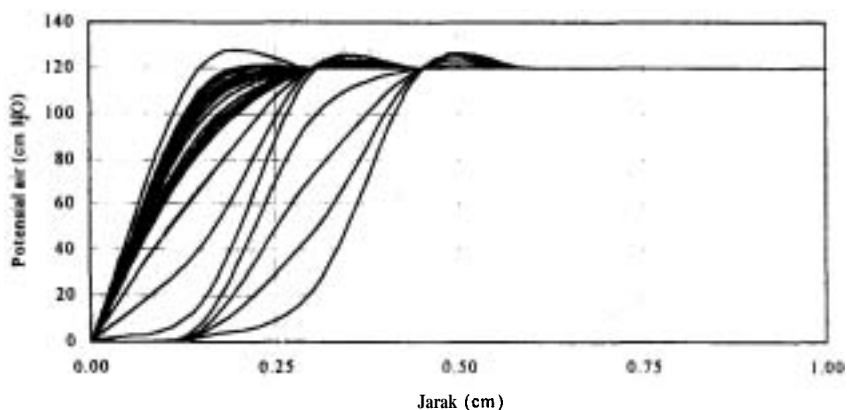
Gambar 4. Kurva kadar air volumetrik fungsi jarak

Sedangkan pada kurva potensial air mempunyai kecenderungan **yang serupa** dengan kadar air tetapi arah kurvanya terbalik. Hal ini sesuai dengan hubungan antara kadar air dan potensial air **yang** dikemukakan sebelumnya.

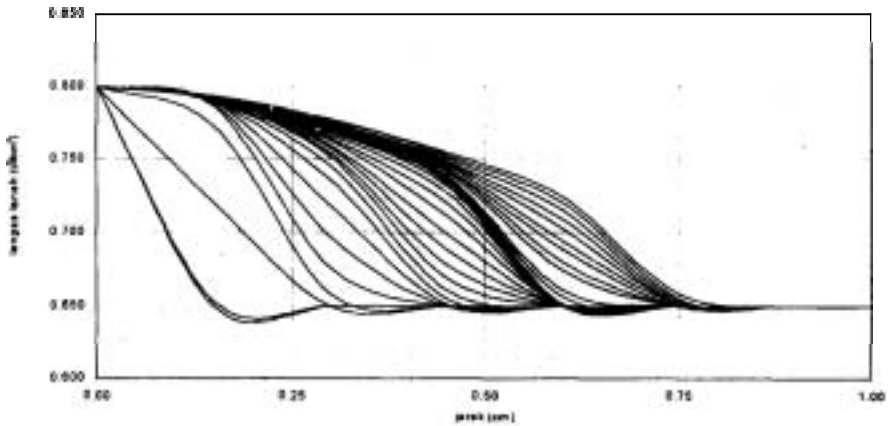
Demikian juga kecenderungan kurva pada simulasi evapotranspirasi dan simulasi potensial air (Gambar 6

dan 7). Keduanya tidak menunjukkan perbedaan yang signifikan **dengan** kurva hasil **analisis** masing-masing. Hal ini dikarenakan perubahan yang disimulasikan **kecil** sekali.

Untuk **menguji** keberlakuan dari dua model numerik **tersebut** dilakukan verifikasi hasil keluaran dari masing-masing model (Tabel 1). Verifikasi dilakukan terhadap kadar air volumetrik **tanah** dari dua model pada



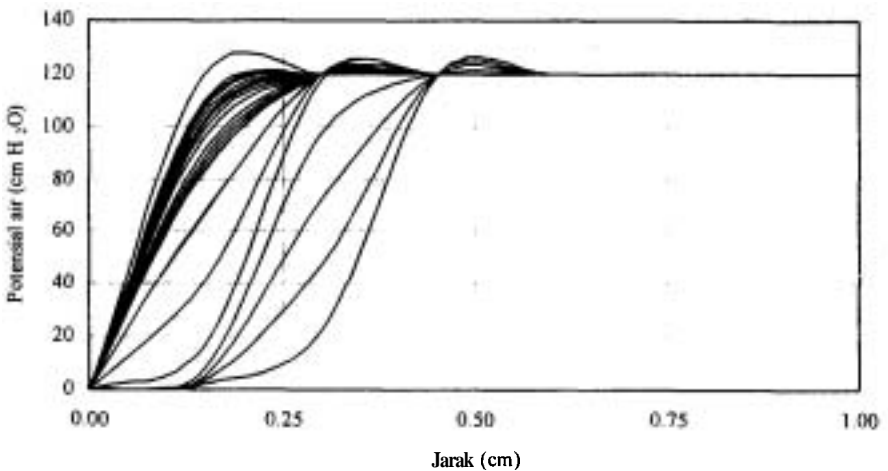
Gambar 5. Kurva potensial air tanah fungsi jarak



Gambar 6. Kurva kadar air volumetrik dengan simulasi evapotranspirasi

saat waktu dan jarak yang sama, **setelah** terlebih **dahulu** melakukan konversi dari potensial air **tanah** (model II) ke bentuk kadar air volumetrik **tanah**. Hasil **verifikasi** menunjukkan bahwa terjadi **perbedaan** antara kadar air volumetrik **tanah** pada model 1 dan model 2.

Perbedaan kadar air **tanah** tersebut meningkat **mulai** dari waktu awal ( $t=0$ ) sampai mencapai maksimum pada waktu 11.110 detik, kemudian perbedaan kadar air **tanah** **menurun** mencapai minimal pada 44 detik, dimana kondisi **tanah** hampir mencapai tingkat jenuh.



Gambar 7. Kurva potensial air dengan simulasi