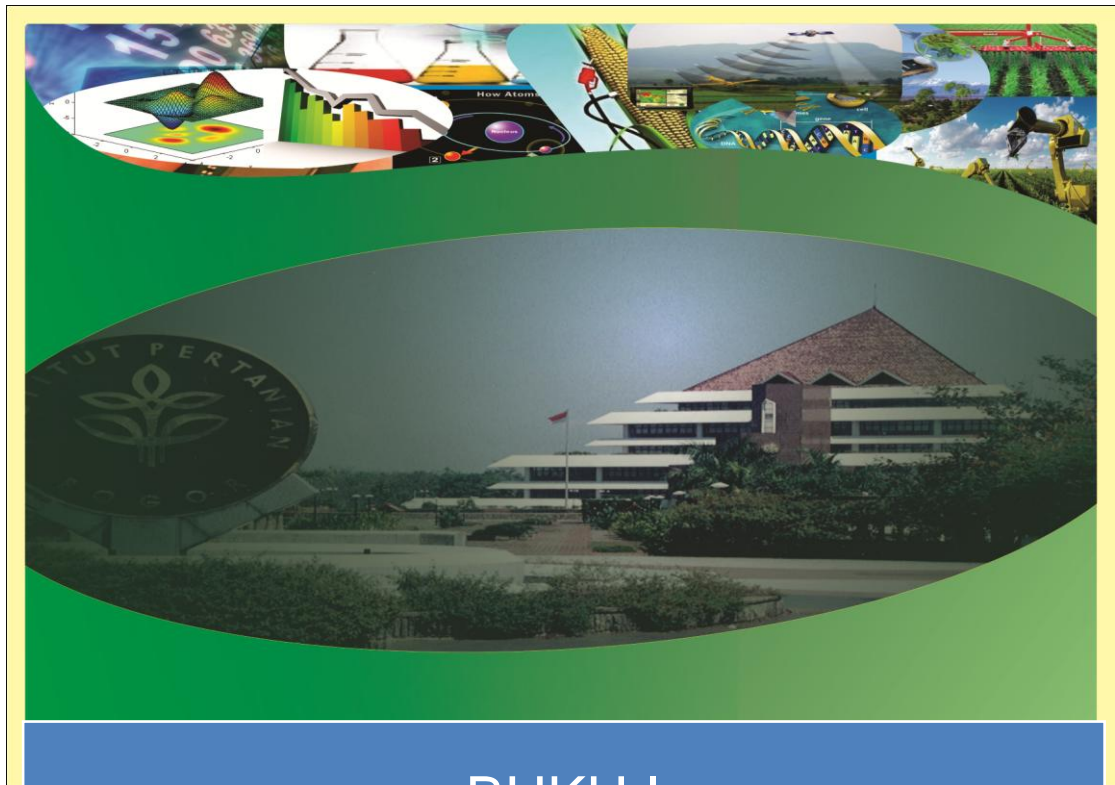


ISBN : 978-979-95093-8-3

PROSIDING

Seminar Nasional Sains V

Sains Sebagai Landasan Inovasi dalam Bidang Energi, Lingkungan dan Pertanian Berkelanjutan



BUKU I

Statistika, Matematika, Ilmu Komputer, Fisika

Diterbitkan Oleh :



Institut Pertanian Bogor
**Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam**

ISBN: 978-979-95093-8-3

Seminar Nasional Sains V

10 November 2012

Sains Sebagai Landasan Inovasi dalam Bidang Energi, Lingkungan dan Pertanian Berkelanjutan

Prosiding

Dewan Editor

Dr. Kiagus Dahlan
Dr. Sri Mulijani
Dr. Endar Hasafah Nugrahani
Dr. Suryani
Dr. Anang Kurnia
Dr. Tania June
Dr. Miftahudin
Dr. Charlena
Dr. Paian Sianturi
Sony Hartono Wijaya, M Kom
Dr. Tony Ibnu Sumaryada
Waras Nurcholis, M Si.
Dr. Indahwati
Drs. Ali Kusnanto, M Si.



Fakultas Matematika dan
Ilmu Pengetahuan Alam

**Institut Pertanian Bogor
2012**



Copyright© 2012
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor
Prosiding Seminar Nasional Sains V ” Sains Sebagai Landasan Inovasi dalam Bidang Energi,
Lingkungan dan Pertanian Berkelanjutan ” di Bogor pada tanggal 10 November 2012
Penerbit : FMIPA-IPB, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga, Bogor 16680
Telp/Fax: 0251-8625481/8625708
<http://fmipa.ipb.ac.id>
Terbit 28 November 2012
xi + 905 halaman
ISBN: 978-979-95093-8-3.

KATA PENGANTAR

Seminar Nasional Sains adalah kegiatan rutin yang diselenggarakan oleh Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Pertanian Bogor sejak Tahun 2008. Tahun ini adalah penyelenggaraan yang ke-5, dengan tema “Sains Sebagai Landasan Inovasi dalam Bidang Energi, Lingkungan dan Pertanian Berkelanjutan”.

Kegiatan ini bertujuan mengumpulkan peneliti-peneliti dari berbagai institusi pendidikan dan penelitian baik perguruan tinggi maupun lembaga-lembaga penelitian dari seluruh Indonesia untuk memaparkan hasil-hasil penelitian terkait penerapan sains (statistik, biosains, klimatologi, kimia, matematika, ilmu komputer, fisika, dan biokimia) pada peningkatan produktivitas pertanian dalam arti luas. Seminar Nasional Sains V ini akan diikuti oleh lebih dari 200 orang peserta dengan sekitar 80 peserta sebagai pemakalah pada sesi presentasi paralel yang berasal dari berbagai perguruan tinggi dan lembaga penelitian di Indonesia.

Diharapkan dari kegiatan ini dapat memberikan informasi perkembangan sains, memicu inovasi-inovasi teknologi yang berlandaskan sains, meningkatkan interaksi dan komunikasi antar peneliti, pemerhati, dan pengguna sains dan teknologiserita menjalin kerjasama riset dan penerapan sains dan teknologi antar peneliti, pemerhati, dan pengguna sains dan teknologi khususnya yang terkait dengan peningkatan produktivitas pertanian.

Pantia mengucapkan selamat mengikuti seminar, semoga memberikan manfaat sebesar-besarnya.

Bogor, November 2012

PANITIA

DAFTAR ISI BUKU 1

			Hal
	Kata Pengantar		iv
	Daftar Isi		v
<i>Bidang : Statistika</i>			
No.	Penulis	Judul	Hal
1	Andzar Syafa'atur Rahman, Hari Wijayanto, Noer Azam Achsani, La Ode Abdul Rahman	Penerapan <i>Fuzzy C-Regression</i> dalam Pendugaan Model Nilai Tanah (Studi Kasus : Lima Kecamatan Di Kota Bekasi)	3-12
2	I Dewa Gede Richard Alan Amory, Muhammad Nur Aidi, Etih Sudarnika	Penerapan Fungsi Diskriminan dalam Deteksi Dini Penentuan Status Mastitis Subklinis pada Sapi Perah (Studi Kasus : Kawasan Usaha Ternak Cibungbulang, Kabupaten Bogor Tahun 2010-2011)	13-23
3	Nurul Qomariasih, I Made Sumertajaya, Sutoro	Analisis Ragam Daya Gabung dan Resiprokal Bobot Biji Jagung dalam Persilangan Dialel Lengkap	24-34
4	Astri Fitriani, Yenni Angraini, Asep Saefuddin	Analisis Spasial Data Panel pada Pola Konsumsi per Kapita Propinsi Jawa Barat dengan Pendekatan Matriks <i>Queen Contiguity</i> dan Akses Jalan	35-48
5	Bimandra Adiputra Djaafara, Anik Djuraidah, Aji Hamim Wigena	Deteksi Gerombol dengan Metode K-Rataan Kernel Gauss	49-62
6	Dwi Haryo Ismunarti	Sudut Minimum Antar Sub Ruang Vektor untuk Memelajari Asal Sedimen Di Perairan Rebon Kabupaten Batang Jawa Tengah	63-72
7	Mia Amelia, Muhammad Nur Aidi, Dian Kusumaningrum	Penerapan Regresi Logistik Spasial untuk Data Penyakit Demam Berdarah Dengue (Dbd) Di Kota Bogor	73-81
8	Nuril Anwar, Anang Kurnia, Yenni Angraini	Pemodelan Tingkat Pengangguran Di Lima Negara Anggota Asean Dengan Regresi Data Panel dan <i>Generalized Estimating Equation</i>	82-93
9	Gusti N.A. Wibawa, Aunuddin, A.A. Mattjik, I M Sumertajaya	Pengaruh Ulangan Terhadap Dugaan Parameter Model Ammi dengan Komputasi Menggunakan Pendekatan Bayes	94-106
10	Didin Saepudin, Asep Saefuddin	Regresi Poisson Terboboti Geografis untuk Menganalisis Data Gizi Buruk (Studi Kasus: Pulau Jawa tahun 2008)	107-121
11	Mulya Sari, Hari wijayanto, Yenni	Pemodelan Produksi Cabe Di Kabupaten Majalengka dengan Regresi Polinom	122-134

	Angraini		
12	Anita Pratiwi, Anang Kurnia, La Ode Abdul Rahman	Pendugaan Total Populasi pada Peubah dengan Sebaran Lognormal (Studi Kasus: Data Susenas 2007 Pengeluaran Rumah Tangga Kota Bogor)	135-149
13	Anni Fithriyatul Mas'udah, Anang Kurnia, Dian Kusumaningrum	Metode Regresi <i>Least Trimmed Squares</i> pada Data yang Mengandung Pencilan	150-161
14	Mohammad Masjukur	Model Spasial Percobaan Pemupukan Padi Sawah	162-170
15	Nur Hikmah, Yenni Angraini, Asep Saefuddin	Pemodelan tingkat produk domestik regional bruto kabupaten/kota jawa barat dengan spasial data panel	171-185

Bidang : Matematika

No.	Penulis	Judul	Hal
1	Hamzah Upu	Proses Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Bertaraf Internasional	189-203
2	M. W. Talakua, F. Y. Rumlawang, F. Kondo Lembang dan G. Loupatty	Pereduksian dimensi data luaran gcm stasiun ambon dengan menggunakan metode <i>principal component analysis</i> (pca)	204-212
3	Nur Aprianti Dwiyatcita, Farida Hanum, Toni Bakhtiar	Penjadwalan Kereta Api Jalur Ganda: Model Job-Shop dan Aplikasinya	213-223
4	Nurus Sa'adah, Toni Bakhtiar, Farida Hanum	Penerapan Prinsip Maksimum Pontryagin pada Sistem Inventori-Produksi	224-235
5	Muhammad Ilyas, Mieko Yamada, Edy Tri Baskoro	Daftar Lengkap Katakode GEH dengan Bobot Lee Minimum atas Ring Galois	236-245
6	Embay Rohaeti, Jaharuddin, Ali Kusnanto	Penggunaan Metode Homotopi Pade' Untuk Menyelesaikan Masalah Lotka–Volterra Logistik	246-257
7	Dewi Senja Rahmahwati, Ali Kusnanto, Jaharuddin	Analisis Kestabilan Model Infeksi Virus Hepatitis B dengan Pertumbuhan Hepatosit yang Bersifat Logistik	258-270
8	Jacob Stevy Seleky, Endar H. Nugrahani, I Gusti Putu Purnaba	Pengaruh Dividen Terhadap Penentuan Nilai Opsi Saham Tipe <i>Up-and-Out Call</i> di Bursa Efek Indonesia	271-282
9	Nurul Khotimah, Farida Hanum, Toni Bakhtiar	Penerapan <i>fuzzy goal programming</i> dalam penentuan investasi bank	283-292
10	Maya Widyastiti, Farida Hanum, Toni Bakhtiar	Implementasi <i>fleet size and mix vehicle routing problem with time windows</i> pada pendistribusian koran	293-302
11	Jose Bonatua	Modifikasi Model <i>Exponentially Weighted Moving</i>	304-314

	Hasibuan, Endar H. Nugrahani, I Gusti Putu Purnaba	<i>Average</i> Untuk Menduga Volatilitas Saham Di Bursa Efek Indonesia	
12	Endar H. Nugrahani	Penyelesaian masalah nilai batas pada model opsi <i>put</i> amerika dengan volatilitas stokastik	315-322
13	Bib Paruhum Silalahi	Batas Atas Iterasi metode titik Interior dengan Central Path dalam menyelesaikan masalah optimasi linear	323-332

Bidang : Ilmu Komputer

No.	Penulis	Judul	Hal
1	I. Widyastuti, S. H. Wijaya	Penentuan Rute Optimum Dalam Supply Chain Network dengan Algoritma Ant Colony untuk Kota Dan Kabupaten Bogor	335-345
2	Jaidan Jauhari, Abdiansah	Analisis Dan Perancangan <i>Intelligent Tutoring System</i> (Its) Menggunakan <i>Case Based Reasoning</i> Sebagai Upaya Inovatif Untuk Pembelajaran Pemrograman Komputer	336-358

Bidang : Fisika

No.	Penulis	Judul	Hal
1	Novizal, Eva Ridiwati, Kemas A. Zaini Thosin	Analisis Hasil Pelapisan Coni Pada Subtrat Baja St 37 Dengan Kombinasi Metode Deposisi Elektroplating Menggunakan <i>Scanning Electron Microscope</i> (Sem)	361-370
2	M. N Indro, H. Wiranata, and S.G. Sukaryo	Hardness and Corrosion Rate of CoCrMo	371-376
3	M. Dirgantara, M. Saputra, P. Aulia, Z. Deofarana, B. Setiadi, H. Syafutra, A. Kartono	Simulasi sel surya model dioda dengan hambatan seri dan hambatan <i>shunt</i> berdasarkan variasi intensitas radiasi, temperatur, dan susunan modul	377-386
4	Faozan Ahmad, Zuliyatin, Husin Alatas	Dinamika soliton pada rantai protein alpha heliks berdasarkan ansatz ii model davydov	387-396
5	Elvan Yuniarti, Siti Ahmiatri Qolby Sabrina	Kajian sifat optik glukosa darah	397-404
6	Tony Sumaryada, Heriyanto Syafutra, Robi Sobirin, Ajeng Widya Roslia	Simulasi awal perancangan sel surya <i>double junction</i> gaas/ge	405-415
7	Ajeng Widya Roslia, Tony Sumaryada	Pengaruh <i>surface texturing</i> germanium (ge) dan silikon (si) pada disain sel surya menggunakan program pcid	416-425
8	Leni Marlina, Ida Sriyanti, Feri Iskandar dan Khairurrijal	Pengaruh waktu <i>hot-pressing</i> terhadap kekuatan tekan material nanokomposit	426-436
9	Ida Sriyanti	Pengembangan elektronik kamus untuk mata kuliah fisika dasar	437-447

PENGGUNAAN METODE HOMOTOPI PADE' UNTUK MENYELESAIKAN MASALAH LOTKA–VOLTERRA LOGISTIK

Embay Rohaeti¹, Jaharuddin², Ali Kusnanto³

Universitas Pakuan, Bogor¹

Departemen Matematika FMIPA-IPB, Bogor²

Departemen Matematika FMIPA-IPB, Bogor³

ABSTRAK

Dalam penelitian ini masalah Lotka–Volterra dan Lotka–Volterra Logistik diselesaikan dengan metode homotopi dan metode homotopi Pade'. Metode homotopi adalah suatu metode pendekatan analitik untuk menyelesaikan suatu masalah taklinear. Penyelesaian dengan menggunakan metode homotopi ini dilakukan dengan memisalkan penyelesaiannya dalam bentuk deret yang umum. Metode homotopi Pade' merupakan pengembangan dari metode homotopi. Hasil penyelesaian dengan menggunakan metode homotopi Pade' dilakukan dengan menggunakan penyelesaian yang diperoleh dari metode homotopi. Dalam hal ini persamaan dari penyelesaian dengan metode homotopi diubah ke dalam bentuk fungsi rasional. Hasil penyelesaian metode homotopi dan metode homotopi Pade' dibandingkan dengan penyelesaian numerik, hasil perbandingan tersebut menunjukkan bahwa metode homotopi Pade' lebih baik daripada metode homotopi karena metode homotopi Pade' dapat lebih memperbesar daerah kekonvergenan dan menghasilkan galat yang sangat kecil.

Katakunci : Metode homotopi, Metode homotopi Pade', Lotka–Volterra and Lotka–Volterra Logistik.

1 PENDAHULUAN

Makhluk hidup di bumi ini terdiri dari bermacam-macam spesies yang berbentuk populasi dan hidup bersama. Makhluk hidup selalu bergantung kepada makhluk hidup yang lain. Tiap individu akan selalu berinteraksi dengan individu lain yang sejenis atau lain jenis, baik individu dalam satu populasi atau individu-individu dari populasi lain. Ada beberapa jenis interaksi yang dapat terjadi antar spesies. Salah satu interaksi tersebut adalah predasi yaitu hubungan antara mangsa (*prey*) dan pemangsa (*predator*). Interaksi ini sangat erat kaitannya karena tanpa mangsa, *predator* tidak dapat bertahan hidup karena tidak ada sumber makanan. Sebaliknya *predator* berfungsi sebagai pengontrol populasi mangsa.

Fenomena tersebut dapat dijelaskan dalam suatu model matematika yaitu model Lotka–Volterra atau disebut juga model mangsa-pemangsa. Model matematika tersebut

umumnya dinyatakan dalam bentuk persamaan tak linear. Masalah tak linear ini biasanya sulit diselesaikan secara analitik. Karena penyelesaian analitiknya sulit diperoleh, maka pada penelitian ini penyelesaian numerik diasumsikan sebagai penyelesaian sebenarnya. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah : menggunakan metode homotopi dan metode homotopi Pade' untuk menyelesaikan masalah pada model Lotka–Volterra dan Lotka–Volterra dengan logistik, membandingkan penyelesaian numerik dengan penyelesaian Metode homotopi dan homotopi Pade' dan menginterpretasikan hasil yang diperoleh.

2 MODEL DAN METODE

Model Matematika

Berikut ini diberikan model interaksi antara dua spesies yang berbeda, satu spesies disebut mangsa (*Prey*) dan spesies lainnya disebut pemangsa (*Predator*), model ini disebut juga model mangsa pemangsa atau model Lotka–Volterra [1]. Model yang diungkapkan oleh Lotka–Volterra sebagai berikut

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax(t) - cx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -ey(t) + fx(t)y(t).\end{aligned}$$

dan model Lotka–Volterra dengan logistik adalah

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax(t) - cx(t)y(t) - bx^2(x) \\ \frac{dy}{dt} &= -ey(t) + fx(t)y(t).\end{aligned}$$

Kondisi awal $x(0) = n_1$ dan $y(0) = n_2$, dengan $x(t)$ dan $y(t)$ masing–masing merupakan banyaknya populasi mangsa dan pemangsa pada waktu t . Parameter a, b, c, e, f , menunjukkan interaksi antara kedua spesies, dengan a menunjukkan kelahiran mangsa, b menunjukkan tingkat interaksi antar mangsa yang mengakibatkan berkurangnya mangsa, c menunjukkan tingkat interaksi antar mangsa dan pemangsa yang mengakibatkan mangsa berkurang, e menunjukkan laju kematian pemangsa yang diakibatkan kematian secara alami, f

menunjukkan tingkat interaksi antara pemangsa dan mangsa yang mengakibatkan pemangsa bertambah.

Metode Homotopi

Berikut ini diberikan ilustrasi konsep dasar metode homotopi berdasarkan alur pada [2],[3] dan [4]. Tinjau sistem persamaan diferensial berikut: $A[y]=0$, dengan A suatu operator turunan tak linear dan y fungsi yang akan ditentukan.

Didefinisikan fungsi homotopi sebagai berikut

$$\mathcal{H}[\phi(x, q), y_0(x), B(x), h, q] = (1 - q) \mathcal{L}[\phi(x, q) - y_0(x)] - qhB(x) - A[\phi(x, q)]$$

dimana \mathcal{L} operator linear, ϕ fungsi yang bergantung pada x dan parameter q , $y_0(x)$ pendekatan awal dari penyelesaian, h parameter bantu dan fungsi bantu $B(x)$. Pada saat $q = 0$, diperoleh fungsi $\phi(x, 0) = y_0(x)$ yang merupakan penyelesaian dari $\mathcal{H}[\phi, y_0, B, h, q] = 0$. Pada saat $q = 1$, diperoleh fungsi $\phi(x, 1) = y(x)$ yang merupakan penyelesaian dari $\mathcal{H}[\phi, y_0, B, h, 1] = 0$ atau $A[\phi(x, 1)] = 0$. Jadi fungsi $\phi(x, 1)$ merupakan penyelesaian pendekatan masalah tak linear dengan metode homotopi. Penyelesaian $\phi(x, 1)$ dimisalkan dalam bentuk deret berikut

$$\phi(x, 1) = y_0(x) + \sum_{m=1}^{\infty} y_m(x),$$

dengan $y_0(x)$ merupakan pendekatan awal yang diberikan, dan $y_m(x)$, $m = 1, 2, \dots$, akan ditentukan. Untuk menggunakan metode homotopi pada masalah Lotka–Volterra dengan logistik, didefinisikan :

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2 = \frac{\partial}{\partial t}$$

$$A_1[\phi, \psi] = \frac{\partial \phi(t, q)}{\partial t} - a\phi(t, q) + b\phi(t, q)\psi(t, q) + c\phi(t, q)\psi(t, q)$$

$$A_2[\phi, \psi] = \frac{\partial \psi(t, q)}{\partial t} + e\psi(t, q) - f\phi(t, q)\psi(t, q).$$

Sedangkan penggunaan metode homotopi pada model Lotka–Volterra sama seperti di atas tetapi $b = 0$. Penyelesaian model Lotka – Volterra dengan logistik dinyatakan dalam bentuk

$$x(t) = \phi(t,1) = x_0(t) + \sum_{m=1}^{+\infty} x_m(t)$$

$$y(t) = \psi(t,1) = y_0(t) + \sum_{m=1}^{+\infty} y_m(t),$$

dengan $x_0(t)$ dan $y_0(t)$ pendekatan awal yang masing–masing dipilih berbentuk $x_0(t) = n_1 + t$, dan $y_0(t) = n_2 + t$, dimana n_1 dan n_2 banyaknya mangsa dan pemangsa. Bentuk $x_m(t)$ dan $y_m(t), m = 1, 2, \dots$ ditentukan oleh persamaan berikut

$$\begin{aligned} x_m(t) &= \chi_m x_{m-1}(t) + h_1 \int_0^t \frac{1}{(m-1)!} \frac{\partial^{m-1} A_1[\phi(s,q), \psi(s,q)]}{\partial q^{m-1}} \Big|_{q=0} ds \\ y_m(t) &= \chi_m y_{m-1}(t) + h_2 \int_0^t \frac{1}{(m-1)!} \frac{\partial^{m-1} A_2[\phi(s,q), \psi(s,q)]}{\partial q^{m-1}} \Big|_{q=0} ds, \end{aligned} \quad (1)$$

dengan $\chi_m = \begin{cases} 0, & m \leq 1 \\ 1, & m > 1. \end{cases}$

Metode Homotopi Pade'

Metode homotopi Pade' merupakan pengembangan dari metode homotopi. Dalam hal ini penyelesaian masalah tak linear dinyatakan dalam bentuk

$$R_{m,n}(t) = \frac{\sum_{k=0}^m p_k t^k}{\sum_{k=0}^n q_k t^k},$$

dengan p_k dan q_k ditentukan berdasarkan penyelesaian dalam metode homotopi, dan m, n masing–masing orde metode homotopi yang digunakan.

3 HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini akan dibahas dua kasus, yaitu model Lotka–Volterra dan model Lotka–Volterra dengan logistik, kedua kasus tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode homotopi dan metode homotopi Pade'. Berikut ini langkah-langkah yang harus dilakukan dalam penyelesaian masalah tersebut

1. Masalah pada model Lotka–Volterra dan Lotka–Volterra dengan logistik diselesaikan berdasarkan metode homotopi dan penyelesaiannya dinyatakan dalam bentuk deret sebagai berikut

$$x(t) = \sum_{m=0}^{\infty} x_m(t) \quad \text{dan} \quad y(t) = \sum_{m=0}^{\infty} y_m(t)$$

2. Metode homotopi Pade' untuk masalah pada model Lotka–Volterra dan Lotka–Volterra dengan logistik tersebut dilakukan dengan langkah–langkah berikut :
 - a. Membentuk persamaan berikut

$$x(t) \cdot q_n(t) - p_m(t) = 0 \quad \text{dan} \quad y(t) \cdot q_n(t) - p_m(t) = 0,$$

dengan $x(t)$ dan $y(t)$ merupakan penyelesaian yang diperoleh dari penyelesaian metode homotopi.

- b. Menentukan nilai p_k dan q_k dari langkah (a).
- c. Menggunakan p_k dan q_k yang telah diperoleh pada (b) ke dalam penyelesaian $R_{m,n}(t)$ yang merupakan penyelesaian masalah pada model Lotka–Volterra dan Lotka–Volterra dengan logistik menggunakan metode homotopi Pade'.

Kasus I : Model Lotka–Volterra

Dalam kasus ini terdapat interaksi dua spesies antara spesies mangsa dan spesies pemangsa. Pada kondisi awal dimisalkan banyaknya mangsa lebih besar dari pemangsa. Dipilih $n_1 = 7$, $n_2 = 5$ dan $a = 1, c = 0.1, e = 0.5, f = 0.1$.

Berdasarkan persamaan (1) diperoleh

$$x_1(t) = 2.5t - 0.1t^2 - 0.0333333t^3$$

$$y_1(t) = 0.35t^2 + 0.0333333t^3$$

$$x_2(t) = 2.5t + 1.15t^2 - 0.4533333t^3 - 0.0525t^4$$

$$y_2(t) = 1.6t^2 + 0.178333t^3 + 0.0025t^4$$

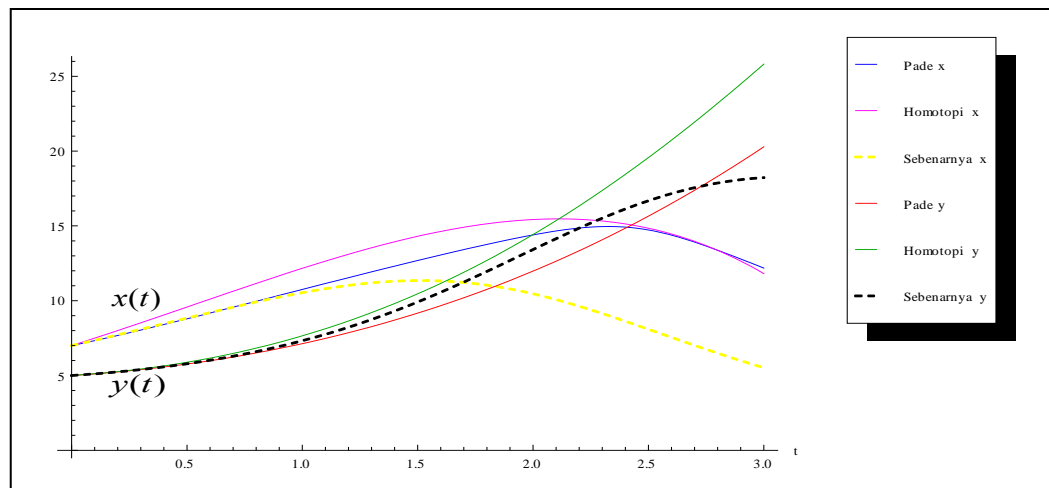
dan seterusnya diperoleh $x_m(t)$ dan $y_m(t)$, $m = 3, 4, \dots$. Sehingga penyelesaian berbentuk

$$x(t) = x_0(t) + x_1(t) + x_2(t) + \dots$$

$$y(t) = y_0(t) + y_1(t) + y_2(t) + \dots$$

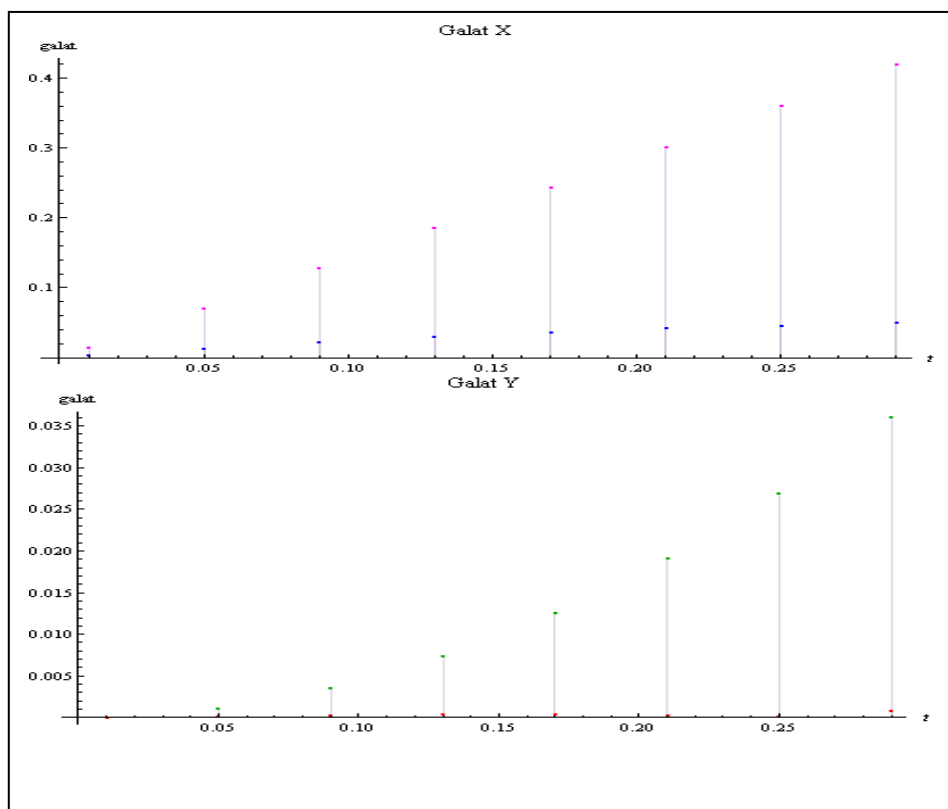
Dengan metode homotopi Pade', diperoleh penyelesaian model Lotka–Volterra berbentuk $R_{2,2}(t)$.

Grafik penyelesaian berdasarkan metode homotopi dan metode homotopi Pade' dapat dilihat pada Gambar 1. Pada Gambar 1 juga diperlihatkan perbandingan penyelesaian sebenarnya pada model Lotka–Volterra dengan penyelesaian berdasarkan metode homotopi dan metode homotopi Pade'.



Gambar 1 Penyelesaian hampiran model Lotka–Volterra.

Berdasarkan Gambar 1 penyelesaian hampiran dengan metode homotopi Pade' lebih mendekati penyelesaian sebenarnya, dengan daerah kekonvergenan yang lebih luas dibandingkan penyelesaian metode homotopi. Untuk penyelesaian $x(t)$ dan $y(t)$, daerah kekonvergenan dengan metode homotopi masing-masing adalah $[0, 0.1]$ dan $[0, 0.7]$, sedangkan daerah kekonvergenan dengan metode homotopi Pade' masing-masing adalah $[0, 0.1]$ dan $[0, 0.1]$. Galat dari kedua metode tersebut ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2 Galat penyelesaian hampiran model Lotka–Volterra.

Kasus II : Model Lotka–Volterra dengan logistik

Dalam kasus ini terdapat interaksi dua spesies antara spesies mangsa dan spesies pemangsa. Pada kondisi awal dimisalkan banyaknya mangsa lebih besar dari pemangsa. Dipilih $n_1 = 10$, $n_2 = 5$ dan $a=1, b=0.1, c=0.1, e=0.5, f=0.1$.

Berdasarkan persamaan (1) diperoleh

$$x_1(t) = 4t - 0.75t^2 - 0.0666667t^3$$

$$y_1(t) = 1.5t + 0.5t^2 + 0.0333333t^3$$

$$x_2(t) = 4t - 0.25t^2 - 1.41667t^3 - 0.0166667t^4 + 0.005t^5$$

$$y_2(t) = 1.5t + 3.25t^2 + 0.183333t^3 - 0.0291667t^4 - 0.00166667t^5$$

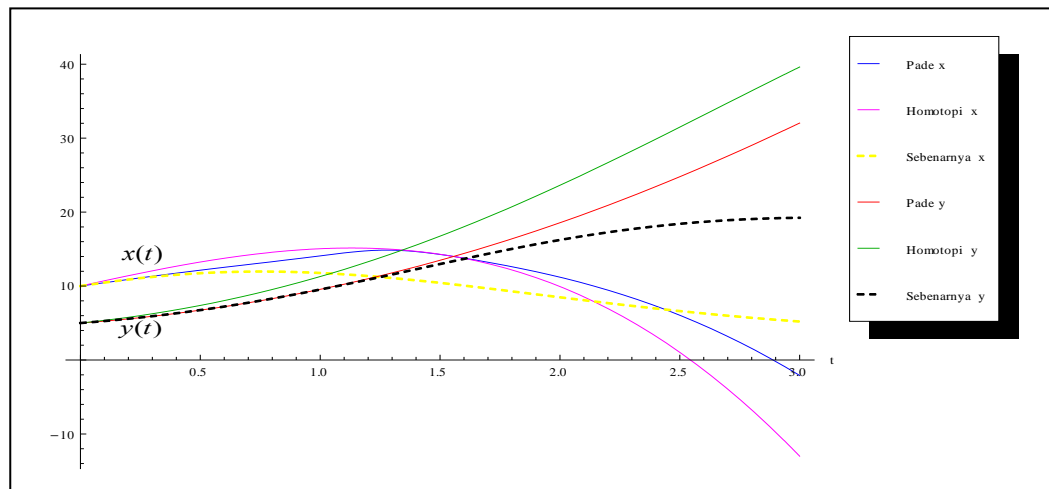
dan seterusnya diperoleh $x_m(t)$ dan $y_m(t), m = 3, 4, \dots$ Sehingga penyelesaian berbentuk

$$x(t) = x_0(t) + x_1(t) + x_2(t) + \dots$$

$$y(t) = y_0(t) + y_1(t) + y_2(t) + \dots$$

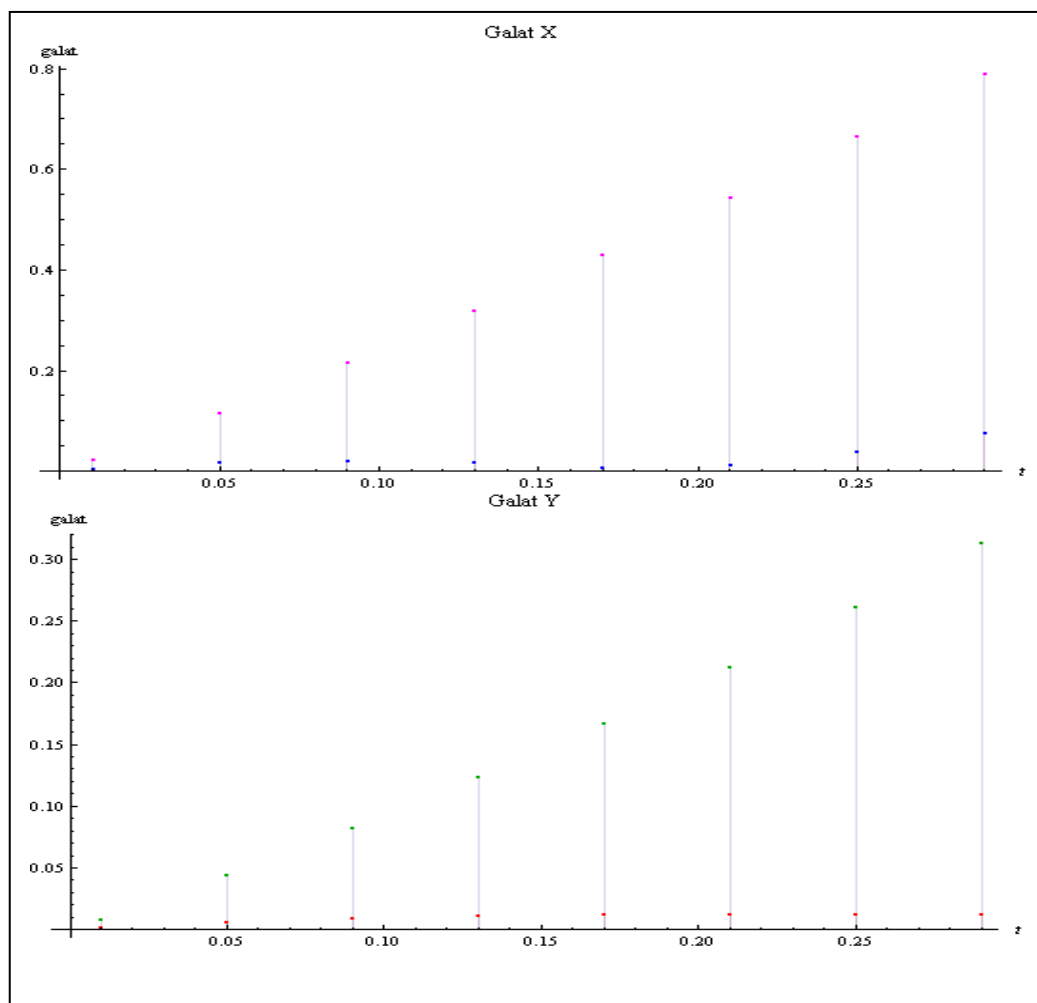
Dengan metode homotopi Pade', diperoleh penyelesaian model Lotka–Volterra berbentuk $R_{2,2}(t)$.

Grafik penyelesaian berdasarkan metode homotopi dan metode homotopi Pade' dapat dilihat pada Gambar 3. Pada Gambar 3 juga diperlihatkan perbandingan penyelesaian sebenarnya pada model Lotka–Volterra dengan penyelesaian berdasarkan metode homotopi dan metode homotopi Pade'.



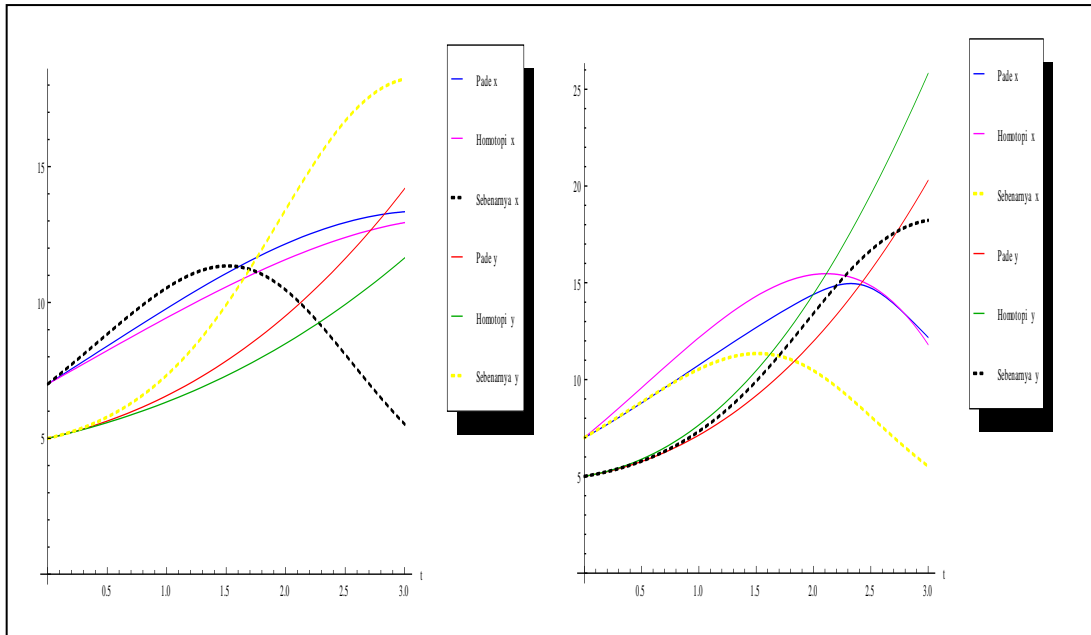
Gambar 3 Penyelesaian hampiran model Lotka–Volterra dengan logistik.

Berdasarkan Gambar 3 penyelesaian hampiran dengan metode homotopi Pade' lebih mendekati penyelesaian sebenarnya, dengan daerah kekonvergenan yang lebih luas dibandingkan penyelesaian metode homotopi. Untuk penyelesaian $x(t)$ dan $y(t)$, daerah kekonvergenan dengan metode homotopi masing-masing adalah $[0,0.1]$ dan $[0,0.5]$, sedangkan daerah kekonvergenan dengan metode homotopi Pade' masing-masing adalah $[0,0.3]$ dan $[0,1.5]$. Galat dari kedua metode tersebut ditunjukkan pada Gambar 4.



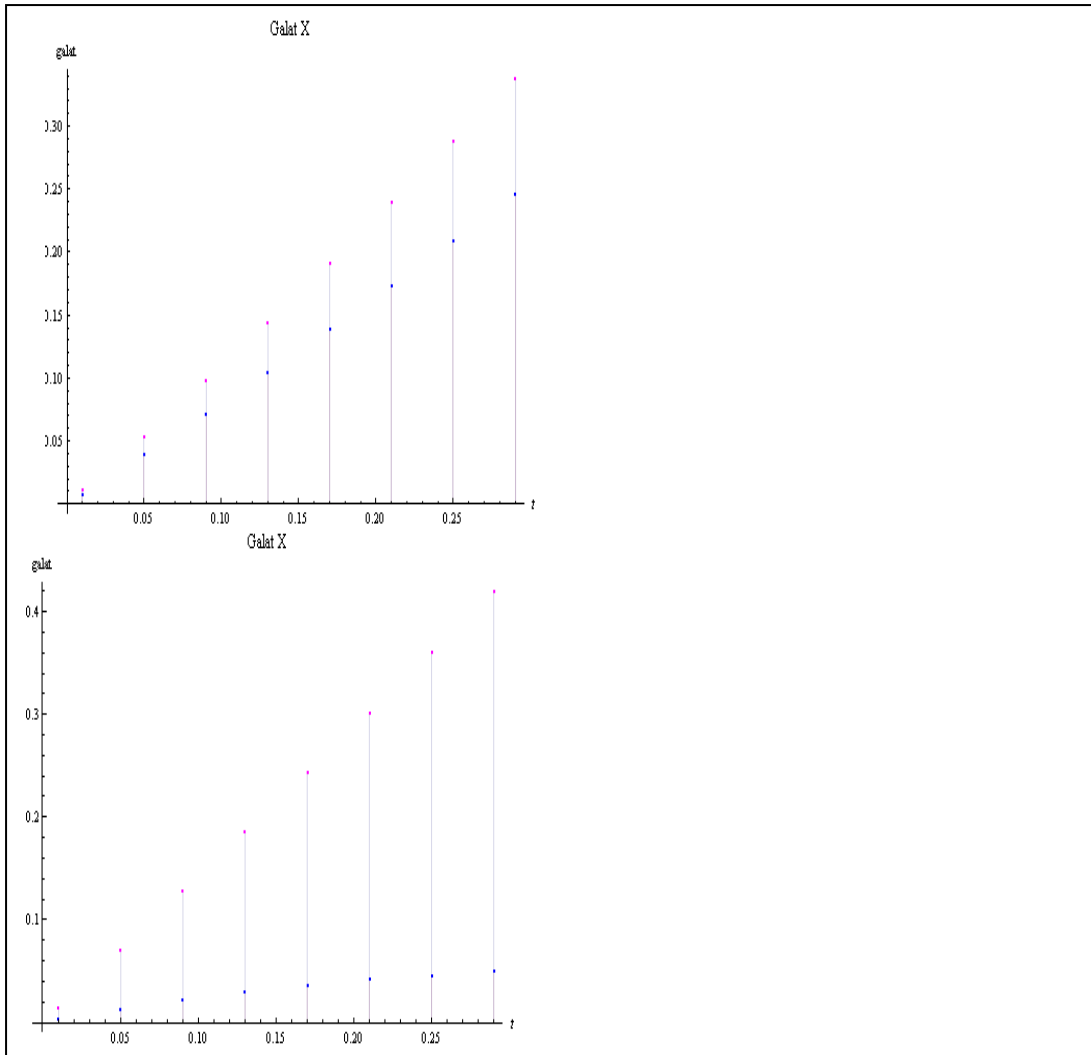
Gambar 4 Galat penyelesaian hampiran model Lotka–Volterra dengan logistik.

Pada Gambar 5, ditunjukkan perbandingan penyelesaian model Lotka–Volterra berdasarkan orde yang digunakan, yaitu orde dua dan orde empat.



Gambar 5. Perbandingan orde penyelesaian hampiran model Lotka–Volterra.

Pada Gambar 5 juga diperlihatkan bahwa semakin tinggi orde yang digunakan, semakin mendekati penyelesaian sebenarnya baik itu menggunakan metode homotopi maupun metode homotopi Pade'. Semakin tinggi orde yang digunakan, metode homotopi Pade' lebih baik dibandingkan dengan metode homotopi, hal ini terlihat pada daerah kekonvergenan dengan metode homotopi Pade' yang lebih luas dan galat yang dihasilkan lebih kecil, seperti ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Perbandingan orde galat penyelesaian hampiran model Lotka–Volterra.

4 KESIMPULAN

Model Lotka–Volterra dan model Lotka–Volterra dengan logistik diselesaikan dengan menggunakan metode homotopi dan metode homotopi Pade'. Hasil penyelesaian dengan menggunakan metode homotopi dimisalkan dalam bentuk deret yang umum, sedangkan hasil penyelesaian dengan menggunakan metode homotopi Pade' dilakukan dengan menggunakan penyelesaian yang diperoleh dari metode homotopi. Dalam hal ini persamaan dari penyelesaian dengan metode homotopi diubah ke dalam bentuk fungsi

rasional. Keakuratan penyelesaian yang diperoleh dengan metode homotopi dan metode Homotopi Pade' didasarkan pada tingginya orde yang digunakan. Semakin tinggi orde yang digunakan, penyelesaiannya akan semakin mendekati penyelesaian sebenarnya.

Penyelesaian yang diperoleh dengan metode homotopi dan metode homotopi Pade' dibandingkan dengan penyelesaian sebenarnya. Hasil perbandingan tersebut menunjukkan bahwa semakin tinggi orde yang digunakan, metode Homotopi Pade' lebih baik dari metode Homotopi. Hal ini terlihat pada daerah kekonvergenan metode Homotopi Pade' yang lebih luas dan galat yang dihasilkan lebih kecil.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Haberman R, 2003. *Mathematical Models : Mechanical Vibration, population Dynamics and Traffic Flow, an Introduction to Applied Mathematics*. Prentice-Hall, USA.
- [2] Liao S, 2004. *Beyond Perturbation : Introduction to The Homotopy Analysis Method*. Boca Raton, New York.
- [3] Jaharuddin, 2008. Analisis Homotopi dalam Penyelesaian Suatu Masalah Tak Linear. *Jurnal Matematika dan Aplikasinya* 7:6-16.
- [4] Faghidian SA, 2011. Application of Homotopy Pade' Technique to The Volterra's Prey and Predator Problem. *Appl.Comput Math V10 N2, PP 262-270*.